

科学パズルの答え (Q-17)

Q-17. 穴の開いた 5 円硬貨を加熱した場合，その穴は大きくなるか，小さくなるか。

Ans. (答えは最後に載っています)

ゴム風船を暖めると風船は膨らんでいきますね (やりすぎると破裂しますから注意が必要ですが)，また，針金を加熱すると伸びるということは日常経験することです。風船が膨らむのは風船内の空気の体積が膨張するためで，このようにモノの体積が膨張するのを体積膨張といい，針金のように長さが伸びるのを線膨張といいます。また，これらを総称して熱膨張と呼んでいます。いま，温度 t が $t = 0$ のときの体積，線の長さをそれぞれ V_0, ℓ_0 ，温度が t のときのそれぞれを V, ℓ とします。そうするとこれらは次の関係で表されます。

$$\begin{cases} \text{体積膨張: } V = V_0(1 + \beta t) & \longrightarrow \beta = \frac{1}{V_0} \frac{V - V_0}{t} = \frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{t} \\ \text{線膨張: } \ell = \ell_0(1 + \alpha t) & \longrightarrow \alpha = \frac{1}{\ell_0} \frac{\ell - \ell_0}{t} = \frac{1}{\ell_0} \frac{\Delta \ell}{t} \end{cases} \quad (1)$$

ここで β や α のことを体積膨張率とか体積膨張係数，線膨張率とか線膨張係数呼んでいますが，温度差 1 あたりの体積や線の長さ変化の割合ですね。ちなみに具体的な物質の体積膨張率や線膨張率は次の通りです。

物質	体積膨張率 ($\times 10^{-3}/$)	物質	線膨張率 ($\times 10^{-6}/$)
水	0.21	鉄	12
エタノール	1.08	銅	16.7
水銀	0.181	黄銅	20.5
		アルミ	23
		ゴム	110

例えば冬場の 0 のときに 30m の長さの鉄の棒は夏場の 30 のときにはどれだけ伸びるかを (1) と上の表を使って計算すると， $V_0 = 30 \times 100\text{cm}$ ， $\alpha = 0.000012$ ， $t = 30 - 0 = 30$ ですから

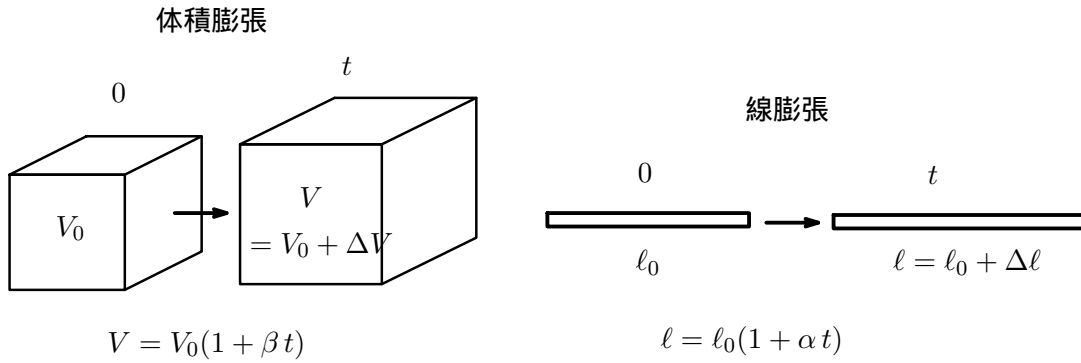
$$\ell = \ell_0(1 + \alpha t) \longrightarrow \ell = 3000(1 + 0.000012 \times 30) = 3001.08\text{cm} \quad (2)$$

つまり，1.08cm 伸びることになります。

上の議論では膨らんだり，伸びたり，大きくなることばかりを言っていますが，逆にしぼんだり，縮んだりすることにも式 (1) は成立することを注意して下さい。式 (1) の t は 0 からの温度差というだけで，プラスの温度差もあればマイナスの温度差 (しぼんだり，縮んだりする) もあるわけですね。ところで，上の表で鉄や銅，アルミの線膨張率をのせましたが，鉄や銅，アルミなどは伸びるだけでなく膨らんだりもしますね。体積膨張率はどうなるのと気になるところですね。実は，体積は一辺の長さの 3 乗で表されますから，詳しい計算をすると線膨張率 α の 3 倍が体積膨張率 β になることが示せます。

$$\beta = 3\alpha \quad (3)$$

ということになります。



$$\Delta V = V - V_0 = (l_0 + \Delta l)^3 - l_0^3 \simeq 3 l_0^2 \Delta l$$

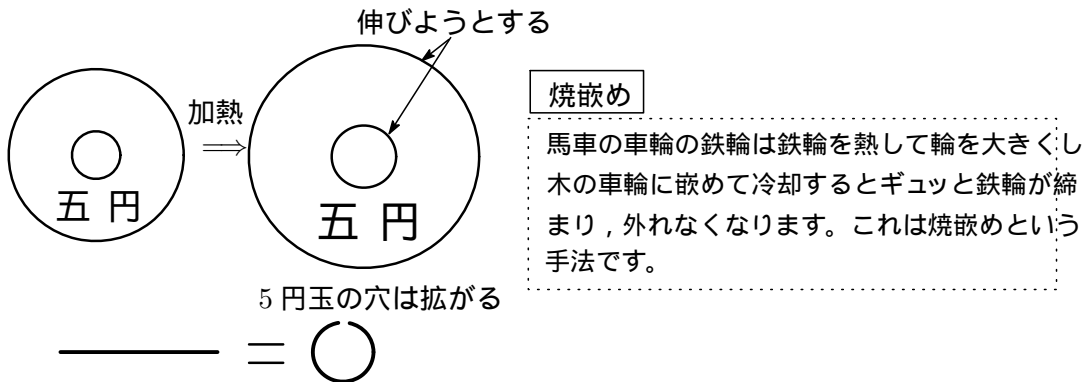
$$\beta = \frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{t} = \frac{1}{l_0^3} \frac{3 l_0^2 \Delta l}{t} = 3 \frac{1}{l_0} \frac{\Delta l}{t} = 3\alpha$$

$$(l_0 + \Delta l)^3 = l_0^3 + 3 l_0^2 \Delta l + 3 l_0 (\Delta l)^2 + 3 (\Delta l)^3 \simeq l_0^3 + 3 l_0^2 \Delta l$$

→ $(\Delta l)^2$ 以上の高次の項は微小なので無視した

さて、本題に戻ります。5円玉は熱せられると熱膨張で大きくなり、焼いた餅がぷ～っと膨らむように5円玉の穴は小さくなるのではと思われます。しかし、そうはならないというのが答えです。

5円玉の中央の穴の部分に針金を曲げて輪にしたものと考え、針金は熱すると伸びますが、その伸びる力によって輪が大きくなりますね。このことと同じように5円玉の外周も大きくなりますし、5円玉の穴も大きく拡がることになります。



ところで餅の場合どうなるんだ、という声が聞こえてきそうですが、餅の場合はレオロジーという粘性流体の話となるので、これはまた別の機会にということ。。。(笑い)

(P.S-1) 通常水の沸点を 100℃、氷の融点を 0℃ としていますが、これはいわゆる摂氏温度ですね。温度にはそれ以上上げようがない下限温度があり、-273.15℃ 以下の温度は存在しないことが知られています。すべてのものが凍てつく極低温の世界ですね。それ以下の温度は存在しないので、その温度を絶対ゼロ度とし、そこを基準に測った温度を絶対温度、その単位をケルビン (K) といいます。この温度スケールによると 0℃ は 273.15K となり、 t ℃ は 273.15+t(K) とい

うことになります。

(P.S-2) 5 円玉のデザインの稲穂は農業、穴の部分は歯車で工業、穴の下横線は海で水産業を意味し、昭和 24 年当時大阪造幣局に勤務されていた小柴利孝氏によって考案されたんですね。うらは双葉がデザインされていますが、戦後日本緒の「工業、農業、水産業」の復興の願いがこめられているとのこと。また、5 円玉ははじめ大砲の薬きょうをつぶして造られたとのこと。戦後日本の復興と平和祈願がこめられているんですね。5 円玉を粗末に扱えば先人の苦勞が報われません、これから 5 円玉を使うときは先人の刻苦精勵に感謝しながら使うことにしましょう。(少し大きかな)

2008.11.16

by *HENRY*

(了)