

科学パズルの答え (Q-6)

Q-6. プラモデルの自動車 A が水平テーブルの上を走ってきて、端のところから勢いよく飛び出して落ちた。A が飛び出すと同時にそれまで静止していた自動車 B がポトリと落ちた。さて、A と B どちらが先に床に着くだろうか。

Ans. (答えは最後に載っています)

ニュートンは 1687 年に著書「プリンキピア」で今日でいうニュートン力学を完成させたといわれています。その中に運動の法則というのがあり、これは次の 3 つの法則から成り立っています。

第 1 法則 「外から力が加わらなければ質点は静止を続けるか、等速直線運動をする。」

この法則は別名「慣性の法則」ともいわれます。具体的にいうと、外から力を加えなければ、止まっているものはいつまでも止まり続けるし、同じ速度でまっすぐ動いているものはいつまでも同じ速度でまっすぐ動き続けるということです¹。つまり、外から力が作用しないと運動の変化は生じないということですね。

第 2 法則 「質点に力が作用すると質点は力の方向に加速度を生じる。加速度は質点が受ける力に比例し、質量に反比例する。」

この法則はニュートンの運動方程式を表します。加速度は単位時間あたりの速度 (v) の変化率ですね。力を F 、質量を m 、加速度を a とすると、第 2 法則は次の式で表されます²。

$$F = m a, \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1)$$

第 2 法則によって“力”というものの実体がわかりました。力には“大きさ”と“方向”があり、力の大きさは力 = 質量 × 加速度で表され、力とは“物体に加速度を生じさせる働き”ということになります。

式 (1) より、質量の大きいモノを動かすには大きな力があることがわかります。これから質量とはモノの動かしがたさやモノの重さの度合いを表すものということになります。

第 3 法則 「二つの質点 1, 2 の間に働く力には、一方の質点に作用する力と同時に他方への反作用の力がある。これらの力は大きさが等しく方向が逆である。」

作用・反作用の法則ともいわれます。作用があれば必ず反作用があるということですね。作用反作用のお話は Q-2 にものっていますので参照ください。

ところで上の表現で質点といたり物体とかモノとかいたりしていますが、物体やモノはすぐわかりますね。これは大きさをもつ日常目にするものですが、質点というのは質量をもつ点ということで、大きさを持たない概念で、数学でいう“点”に質量が集中したものというイメージですね。ニュートン力学では、物体は質点の集まりとして扱います。

それではニュートンの第 2 法則を使って質点の運動を調べていくことにします。

¹ もっともじっととまっていることと同じ速度でまっすぐ動いていることは見方の違いだけで、結局同じことを言っています。というのは電車に乗っている人を路上で止まっている人から見れば動いていると見えますが、電車と同じ速度の自転車に乗っている人から見れば電車の人には止まって見えますね。

² Δv , Δt の Δ はある間隔を表しています。したがって Δv というのは Δt 時間の間の速度の変化分ということになります。

- (A) 自由落下運動 地球には物体を引きつける力，万有引力がありますが，それをここでは重力と呼ぶことにします。重力の加速度は重力加速度とよばれ通常 g という記号で表します。 g の値は一定で $g = 9.8\text{m/s}^2$ です。したがって質量 m の質点 A は第2法則により，受ける力（重力）は下向きに

$$F = m g \quad (2)$$

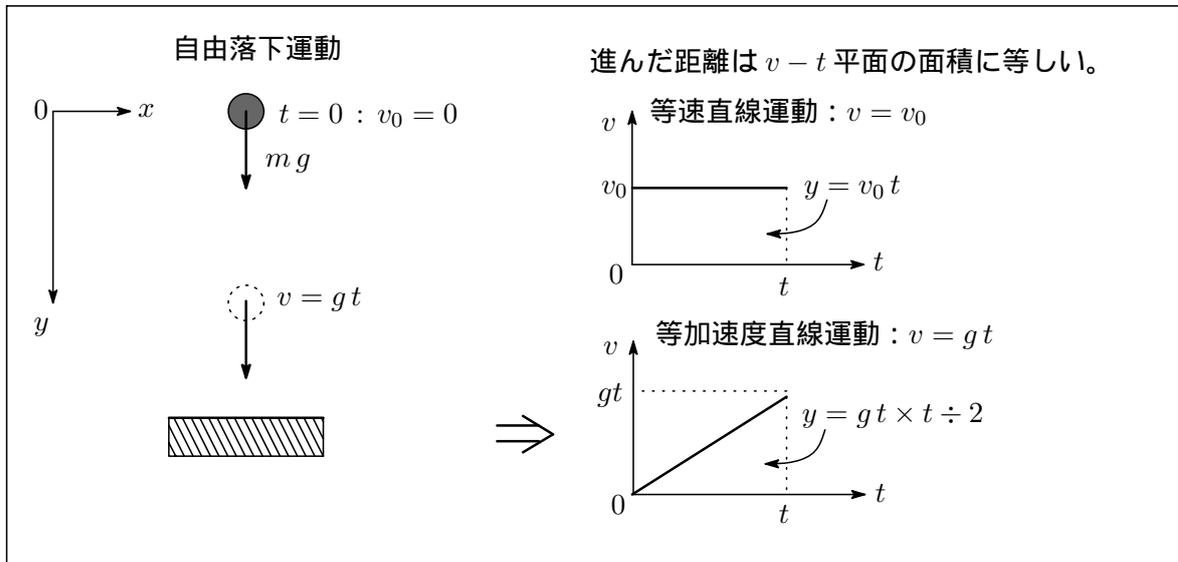
となります。加速度が一定の運動を等加速度運動といいますが，等化速度運動では速度 v と加速度 a の関係は

$$v = a t + v_0 \quad \longleftrightarrow \quad a = \frac{v - v_0}{t} \quad (3)$$

で与えられます。ここで v_0 は $t = 0$ での速度で，初速度を表します。初速度がゼロ ($v_0 = 0$) の自由落下運動ではニュートンの運動方程式 (2) から

$$F = m g \longrightarrow m g = m \frac{v}{t} \quad \therefore v = g t \quad (4)$$

が得られます。



次に，時刻 t での落下距離 y は速度 \times 時間で与えられますが，いま速度は時々刻々一定の割合で変化する等加速度運動の速度ですので， y は上図より

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (5)$$

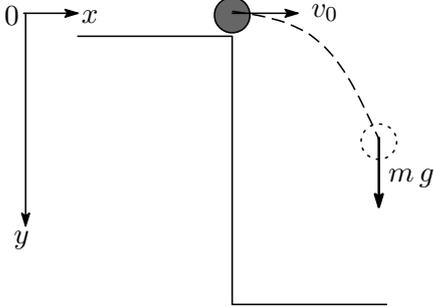
で与えられることとなります。

- (B) 水平落下運動 これは水平方向に初速度 v_0 で飛びだした質点の自由落下運動です。外からの力は垂直下方に働く重力だけです。質点は下図のように $x-y$ 平面内を運動するので， x 軸方向の運動方程式と y 軸方向の運動方程式の2つが必要になりますが， x 軸方向には重力の作用はないので，ニュートンの第1法則より質点の x 軸方向の運動は初速度 v_0 のまま等速度運動をすることになります³。一方， y 軸方向には重力が作用しています。 y 軸方

³ 実際に質点が x 軸方向に飛んでいると誤解しないように。あくまで運動を x 軸と y 軸に分解して考えるということです。

向の初速度はゼロですから， y 軸方向の運動方程式は (A) でやった自由落下の運動方程式と同じになりますね。

水平自由落下運動



水平方向には重力の作用は働かない！
⇒ 第 1 法則より水平方向に等速度運動を続ける

垂直方向には重力が作用する
⇒ 第 2 法則より自由落下と同じ等加速度運動をする

さて，本題に戻りましょう。机の高さを y とします。上でやった議論から，机から落ちたプラモデル自動車の床までの落下時間は A, B 共に同じ所用時間で

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

となります。ちなみにテーブルの高さが 1m あったとすると落下時間は

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 1}{9.8}} = 0.45 \text{ (秒)}$$

となります。

2008.11.16

by *KENZO*

(了)