****

$Dirac$の量子力学を読む（－１）

2001.8.10

by KENZOU

****

さて、序章で量子力学の基本的考え方をレビューしました。そこで、いよいよDIRACのテキストを読み進めるわけですが、前段は飛ばしてテキストP18の§ 5から読み始めることにします。

Ⅰ. 重ねあわせの原理

§ 5. 重ね合わせの原理の数学的定式化

●元の状態をケットベクトル$|A>$とし、その状態を自分自身と重ね合わせた結果得られ状態は、元と同じ状態に対応する。（c_1 と c_2 は任意の複素数とする）

$$c_1|A>+c_2|A>=\left(c_1+c_2\right)|A> \qquad (0)$$

ある状態に対応するケットベクトルにゼロでないかってな複素数を掛けると、その結果生ずるケットベクトルは前と同じ状態に対応する。したがって、状態はケットベクトルの方向で決まるもので、ケットベクトルの長さとはかかわりがない。

●ケットベクトル$|A>$ と $|B>$ に対応する２つの状態が与えられると、それらを重ね合わせて作られる一般の状態はあるケットベクトル$|R>$ に対応する。

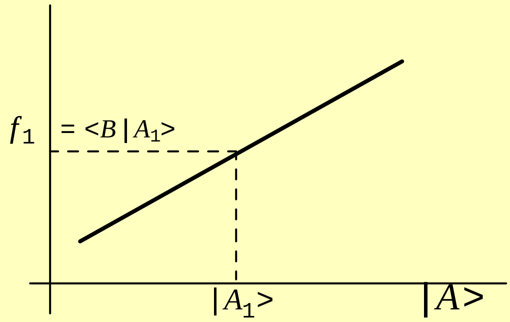
$$c_1|A>+c_2|B>=|R> \qquad (1)$$

$|R>$ は任意の２つの複素数 c_1 と c_2 とによって決まる。これら２つの係数に同じ因子を掛ければ、ケットベクトル$|R>$ にはこの因子が掛かることになり、これに対応する状態は変化しない。 つまり２つの係数の比だけが状態 $|R>$ を決める上できいてくる。
したがって、状態$|R>$ は１個の複素数あるいは２個の実数のパラメータによって決まることになり、２つの状態$|A>$, $|B>$ が与えられたときには、重ね合わせによって２重の無限大だけの異なる状態を作ることができることになる。

§ 6. ブラベクトルとケットベクトル

[ブラベクトル]
いま、あるケットベクトル$|A>$ の一次関数である f という数を考える。するとこの時どの$|A>$ に対応する数 f をとっても、それは $|A>$ となにか新しいベクトルとのスカラー積と

みなすことができる。この新しいベクトルをブラベクトルと呼び、$<|$ という記号で表わすことにする。
ブラベクトル$<B|$とケットベクトル$|A>$のスカラー積を $<B|A>$ と書く。



●完全な括弧(ブラケット)式はただの数を表わし、不完全な括弧式はすべてベクトルを表わす。ただしブラケットの第１の部分を取るか第２の部分をとるかに応じてそのベクトルの種類はブラベクトルまたはケットベクトルである。

●ブラベクトルは、それとすべてのケットベクトルとのスカラー積が与えられれば完全に定義される。

●ブラとケットの間には１：１の対応があり、$|A>+|A'>$に対応するブラは$|A>$に対応するブラと$|A'>$に対応するブラの和であり、$c|A>$に対応するブラは$|A>$に対応するブラの$\bar{c}$倍となる。

$<A| \Leftrightarrow |A>$ ， $\bar{c}<A| \Leftrightarrow c|A>$ （ただし $\bar{c}$ は c の共役複素数）

ブラとケットとの間には１：１の対応があるから、ある特定の時刻に考えている力学系のとるどの状態もブラベクトルの方向を用いて指定できる。

● ［分配の公式］（c は任意の複素数）

$$<B|\{|A>+|A'>\}=<B|A>+<B|A'> \tag{2}$$

$$<B|\{c|A>\}=c<B|A> \tag{3}$$

$$\{<B|+<B'|\}|A>=<B|A>+<B'|A> \tag{4}$$

●代数の公理

$$<P|A>=0 \quad ({}^{\forall}|A>)$$

$$\downarrow$$

$$<P|=0 \tag{5}$$

$$\{c<B|\}|A>=c<B|A> \tag{6}$$

共役複素と共役虚について
実数部と虚数部に分けられる複素数については共役複素という言葉を使うがブラやケットは実数部と虚数部とに分けることができない特別な種類の複素量であり、そういう分け方のできないブラ、ケットに対しては共役虚ということばを使うことにする。

●任意の２つのケットベクトル$|A>$と$|B>$があるとき、$|A>$と他方のベクトル$|B>$に共役虚なベクトル（$<B|$）のスカラー積はただの数となる。

$<B|A>$・・・ただの数

●次の数はいつでも等しいと仮定する（上の横棒は"共役複素"を意味する）

$$<B|A>=\overline{<A|B>} \qquad (7)$$

また$|A>\neq 0$の場合

$$<A|A> > 0 \qquad (8)$$

と仮定する。

(７)式で$|B>=|A>$とおくと$<A|A>$という数は実数となることが分かる。

【補足】

・あるブラベクトルとケットベクトルのスカラー積がゼロである場合、それらのベクトルは直交しているという。

・１つの状態に対応するブラベクトルあるいはケットベクトルを作る場合、ベクトルの方向だけが与えられているわけで、ベクトル自身には任意の数因子だけの不定さがある。この数因子をベクトルの長さが１になるように選ぶと便利である。この手続きを規格化と呼ぶ。

・しかし、ベクトルを規格化しても状態に対応するベクトルはまだ完全には決まらない。つというのは絶対値１のかってな数 、つまりg を実数として e^{ig} というかってな数を掛けてもその長さが変わらないから。このような数のことを位相因子と呼ぶ。

(以上)

(P. S) 以上で第 1回目を終わります。ブラとケットというベクトルの導入を図りました。まぁ、特に抵抗なく読み進めることができたと思いますが、いかがでしょうか。