等価原理

KENZOU

2020.11.28

§1. 慣性質量と重力質量は等しいか？

1-1．慣性質量と重力質量の定義

質量といっても「慣性質量」と「重力質量」の 2 種類があります。これらの質量が違っていれば物理学も大変ややこしいものになりますが，幸いにも両者は相等しいことがいろいろな実験を通して明らかになっています。

慣性質量（inertial mass）はニュートンの運動第 2 法則[1]で定義される質量で，質量 m_{i} の物体に力 $\boldsymbol{F}$ を作用させたときに生じる加速度を $\boldsymbol{a}$ とすると，次式によって定義されます。

$$m_{\mathrm{i}} = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{a}} \quad \longleftrightarrow \quad \boldsymbol{F} = m_{\mathrm{i}}\boldsymbol{a} \tag{1.1}$$

その名の由来は，物体が静止あるいは現在の運動状態を維持しようとする性質（慣性）の大きさを表していることからきています。

一方，重力質量は物体と地球との間に働く重力の大きさに関係する量で，物体に作用する重力を $\boldsymbol{F}_G$，重力加速度 $\boldsymbol{g}$ とすると，次式によって定義されます[2]。

$$m_{\mathrm{g}} = \frac{\boldsymbol{F}_G}{\boldsymbol{g}} \quad \longleftrightarrow \quad \boldsymbol{F}_G = m_{\mathrm{g}}\,\boldsymbol{g} \tag{1.2}$$

重力加速度 g は地球の質量を M，半径を R，万有引力定数を G とすると

$$g = GM/R^2$$

で与えられます。

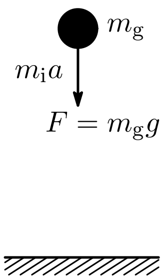
さて，慣性質量と重力質量は定義が全く異なる量[3]なので，果たしてこの 2 つの質量は同じものなのか？ここから先人の探求が始まります。。。

[1]・第 1 法則：力の作用を受けない物体は，等速直線運動を持続するか静止し続ける。
・第 2 法則：物体に力が作用すると力の向きに加速度を生じ，加速度の大きさは力の大きさに比例し，質量に反比例する。
・第 3 法則：作用と反作用は大きさが等しく向きは逆である。

[2]重力の大きさが場所によって変わるので，単に重力の大きさとするわけにはいきませんが，同一場所で量った二つの物体の重さの比はどこで量っても一定となるので，重力質量を 1kg とした基準となるキログラム原器との重さの比にで定義したものが重力質量です。

[3]慣性質量は運動によって定義される量，一方重力質量は秤で量ることができる量。

1-2．ガリレオの等速落下の法則



慣性質量を m_{i}，重力質量を m_{g} とする物体をある高さから自由落下させ，a の加速度で地表に向かって落下したとします。この物体に働く力は重力だけなのでニュートンの運動方程式「慣性質量×加速度＝力」は

$$m_{\mathrm{i}}a = m_{\mathrm{g}}g \tag{1.3}$$

となります。両辺を m_{i} で割ると

$$a = \left(\frac{m_{\mathrm{g}}}{m_{\mathrm{i}}}\right) g \tag{1.4}$$

ここで Question !“ 重力質量と慣性質量の比 $m_{\mathrm{g}}/m_{\mathrm{i}}$ が物質によって異なる値となればどうなるか？” 答えは，物質によって加速度 a は異なり同時に地上に落下しないことになります。しかし，現実にはガリレオ (1564-1642) の有名なピサの斜塔の実験[4]でも知られるように，重いものも軽いものも同じ加速度で同時に着地します。いわゆるガリレオの等速落下の法則と呼ばれるものですね。アポロ 15 号（1971 年）の乗組員が月面でハンマーと羽毛を同時に落下したときの様子が youtube で見られますが，等速落下の法則を知っていても少しの衝撃と感動を受けました（Apollo1 Hammer-Feather Drop で検索)。この結果から

重力質量と慣性質量の比（$m_{\mathrm{g}}/m_{\mathrm{i}}$）は物質によらず一定の値をとる

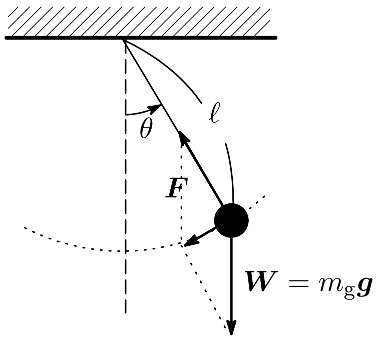
という結論が得られます。そうするとその比（$m_{\mathrm{g}}/m_{\mathrm{i}}$）を 1 にとるのが便利で，そうすれば慣性質量と重力質量は等しくなります。重力質量と慣性質量は実は同じだとすることを「**等価原理**」と呼んでいますが，等価原理が成立すれば，重力質量と慣性質量は等しくなり，両者を区別せずに単に質量と呼んでもいいことになりますね。

ところで，定義からして全く異なる慣性質量と重力質量が同じ値をもつということは，よく考えると大変不思議なことで，多くの物理学者はその一致は単なる偶然と考えて深くは追求しなかったようです。そのような中でアインシュタインは“ 慣性質量と重力質量は基本的性質としても全く同じである ”と考え，2 つの質量の大きさが等しいことは当然のことであると主張したのです。この主張が一般相対性理論の指導原理となったことは周知の通りですが，この話は後ほどやりますので，話を元に戻します。

ガリレオは等速落下の法則を見いだし，等価原理の先鞭をつけましたが，残念ながら当時は正確な時計やストップウォッチなどはなく，“ 同時着地 ”についての精度上の問題が残りました。ガリレオの死後生誕したニュートン (1643-1727) は，振り子の実験を通して等価原理が 10^{-3} の精度で成立することを見いだしたのです。

[4]実際は摩擦のないツルツルの斜面を使ったと言われています。

1-3．ニュートンの振り子の実験



長さ ℓ の糸の先に，慣性質量 m_{i}，重さ W（重力質量 $W = m_{\mathrm{g}}$）の錘を吊るした単振り子があり，その振り子の周期を T とします。錘の速度の接線成分を v，糸の張力を F とすると，運動方程式を接線成分と法線成分に分ければ

$$\text{接線成分} \quad m_{\mathrm{i}}\frac{dv}{dt} = -W\sin\theta \tag{1.5}$$

$$\text{法線成分} \quad m_{\mathrm{i}}\frac{v^2}{\ell} = F - W\cos\theta \tag{1.6}$$

となります。また，錘の速さ v は

$$v = \ell\frac{d\theta}{dt}$$

で与えられるので, これを (1.5) に入れ，振り子の振れ角 θ が約 5〜6 °以下と微小として $\sin\theta \doteqdot \theta$ とおけば，次の単振動の方程式が得られます。

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2\theta, \quad \omega = \sqrt{\frac{W}{m_{\mathrm{i}}\ell}} \tag{1.7}$$

これから単振り子の周期 T は

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\ell\cdot\frac{m_{\mathrm{i}}}{W}} \tag{1.8}$$

と求められます。いま重さが $W^{\mathrm{A}}, W^{\mathrm{B}}$ の 2 つの錘 A，B を用意し，慣性質量をそれぞれ $m_{\mathrm{i}}^{\mathrm{A}}, m_{\mathrm{i}}^{\mathrm{B}}$ とします。A，B の錘りを付けた同一長さの振り子の周期をそれぞれ T_1, T_2 とすれば，(1.8) より

$$\frac{m_{\mathrm{i}}^{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{i}}^{\mathrm{A}}} = \frac{W^{\mathrm{B}}}{W^{\mathrm{A}}}\frac{T_2^2}{T_1^2} \tag{1.9}$$

となります。振り子の周期を慎重に測定し，周期が錘を作る物質には関係しないと分かれば，上式で $T_1 = T_2$ とおき，比例定数を g として

$$W^{\mathrm{A}} = gm_{\mathrm{i}}^{\mathrm{A}}, \quad W^{\mathrm{B}} = gm_{\mathrm{i}}^{B} \tag{1.10}$$

が成り立ちます。W は重力質量に重力加速度を掛けたもの（$W = m_{\mathrm{g}}g$）なので，(1.10) より，慣性質量と重力質量は等しい。ニュートンはその主著プリンキピアの中で次のように述べています[5]。

「私は、金、銀、鉛、ガラス、砂、通常の塩、木材、水、小麦を使って調べてみた。二つの丸い、相等しい木の木箱を準備し、一方には木材を満たし、相等しい重量の金をできるかぎり精確にいま一方の振動の中心にとどめた。小箱は 11 フィートの相等しい糸でつるされ、重量も形も、空気抵抗も、すべて相等しい（二つの）振子を作った。するとそれらは相等しい振動をもって、置かれた場所の近くで、きわめて長い間いったりきたりし続けた。」

前述したようにニュートンは精度 10^{-3} で等価原理が成り立つことを確認しましたが，19 世紀の後半，ハンガリーの物理学者エトベス・ロラーンド（1848 – 1919）は飛躍的に精度を上げた実験（1889 年）を行い，2000 万分の 1 の精度で慣性質量と重力質量が一致することを示しました。次にその実験を紹介します。

[5] 都築正信「振子の実験におけるガリレオとニュートン」埼玉大学紀要（教養学部）』第 54 巻第 1 号、2018 年

1-4．エトベスの実験

細い糸の先に棒を取り付け，棒の両端に異なる物質からなる錘(おもり)A，B を取り付けます。A，B の質量を厳密に等しくすることは難しいですが，実際にはわずかな差があっても，糸と棒を含む平面内で棒が水平からわずかに傾いた位置で平衡状態になるだけで，平面を回転する力が生じることはありません。このような装置を「捩(ねじ)り秤」といいます。

さて，錘 A，B の重力質量をそれぞれ $(m_{\rm g})_{\rm A}$，$(m_{\rm g})_{\rm B}$，慣性質量を $(m_{\rm i})_{\rm A}$，$(m_{\rm i})_{\rm B}$ とします。各錘には地球からの重力と地球の自転による遠心力の 2 つの合力が働きますが，重力の大きさを決めているのは重力質量 $m_{\rm g}$，遠心力の大きさを決めているのは慣性質量 $m_{\rm i}$ ですね。これらの合力をそれぞれ $\boldsymbol{F}_{\rm A}$，$\boldsymbol{F}_{\rm B}$ とし，地球の自転による遠心力に起因した加速度を $\boldsymbol{a}$ とします。

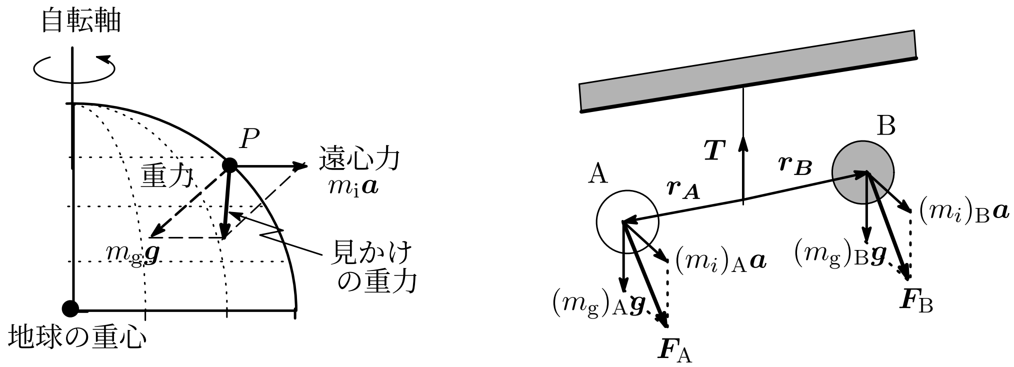


図 1: エトベスの実験

慣性質量と重力質量の比 $m_{\rm i}/m_{\rm g}$ が錘 A，B で同じであるなら棒は回転せず，異なっていれば棒は左か右に糸の捻れ弾性力と取り合う位置まで回転するハズです。
糸の捩じれ弾性力と棒の回転力が釣り合っているとして，力のバランス方程式を立てると，錘 A，B に働く力はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{F}_{\rm A} &= (m_{\rm i})_{\rm A}\boldsymbol{a} + (m_{\rm g})_{\rm A}\boldsymbol{g} \\
\boldsymbol{F}_{\rm B} &= (m_{\rm i})_{\rm B}\boldsymbol{a} + (m_{\rm g})_{\rm B}\boldsymbol{g}
\end{aligned}
\tag{1.11}
$$

糸の張力 $\boldsymbol{T}$ はこの 2 つの力と釣り合っているので

$$
\boldsymbol{T} + \boldsymbol{F}_{\rm A} + \boldsymbol{F}_{\rm B} = 0 \tag{1.12}
$$

次に錘に働く力のモーメント（トルク）を $\boldsymbol{N}$ とし，糸と棒の結点からの各錘の重心までの距離を $\boldsymbol{r}_{\rm A}$，$\boldsymbol{r}_{\rm B}$ とすれば $\boldsymbol{N}$ は次式で与えられます。

$$
\boldsymbol{N} = \boldsymbol{r}_{\rm A} \times \boldsymbol{F}_{\rm A} + \boldsymbol{r}_{\rm B} \times \boldsymbol{F}_{\rm B} \tag{1.13}
$$

糸を捩じるモーメント成分は $\boldsymbol{N}$ の糸方向の成分，つまり張力 $\boldsymbol{T}$ に平行な成分なので，それを N_T とします。張力の単位ベクトルを $\boldsymbol{n}$ とすれば $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{T}/|\boldsymbol{T}|$ なので，N_T は次のように求めら

れます[6]。

$$
\begin{aligned}
N_T =& \boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{n}\\
&= -(\boldsymbol{r}_\mathrm{A}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{r}_\mathrm{B}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{B})\cdot(\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{F}_\mathrm{B})/\left|\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{F}_\mathrm{B}\right|\\
&= -\{\boldsymbol{F}_\mathrm{A}\cdot(\boldsymbol{r}_\mathrm{A}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{r}_\mathrm{B}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{B})+\boldsymbol{F}_\mathrm{B}\cdot(\boldsymbol{r}_\mathrm{A}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{r}_\mathrm{B}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{B})\}/\left|\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{F}_\mathrm{B}\right|\\
&= -\{\boldsymbol{r}_\mathrm{A}\cdot(\boldsymbol{F}_\mathrm{A}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{A})+\boldsymbol{r}_\mathrm{B}\cdot(\boldsymbol{F}_\mathrm{B}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{A})+\boldsymbol{r}_\mathrm{A}\cdot(\boldsymbol{F}_\mathrm{A}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{B})+\boldsymbol{r}_\mathrm{B}\cdot(\boldsymbol{F}_\mathrm{B}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{B})\}/\left|\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{F}_\mathrm{B}\right|\\
&= -(\boldsymbol{r}_\mathrm{A}-\boldsymbol{r}_\mathrm{B})\cdot(\boldsymbol{F}_\mathrm{A}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{B})/\left|\boldsymbol{F}_\mathrm{A}+\boldsymbol{F}_\mathrm{B}\right| \qquad (1.14)
\end{aligned}
$$

(1.14) の分子を $\boldsymbol{r}_\mathrm{A}\simeq-\boldsymbol{r}_\mathrm{B}=\boldsymbol{r}$ として展開すると

$$
\begin{aligned}
-(\boldsymbol{r}_\mathrm{A}-\boldsymbol{r}_\mathrm{B})\cdot(\boldsymbol{F}_\mathrm{A}\times\boldsymbol{F}_\mathrm{B}) &= -2\cdot\{(m_i)_A(m_\mathrm{g})_B-(m_\mathrm{g})_A(m_i)_B\}\boldsymbol{r}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{g})\\
&= 2(m_\mathrm{i})_A(m_\mathrm{i})_B\left\{\left(\frac{m_\mathrm{g}}{m_\mathrm{i}}\right)_A-\left(\frac{m_\mathrm{g}}{m_\mathrm{i}}\right)_B\right\}\boldsymbol{r}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{g})
\end{aligned}
$$

となり，これから

$$
N_T\propto 2\left\{\left(\frac{m_\mathrm{g}}{m_\mathrm{i}}\right)_A-\left(\frac{m_\mathrm{g}}{m_\mathrm{i}}\right)_B\right\}\boldsymbol{r}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{g}) \qquad (1.15)
$$

つまり，

「物質の種類によらず慣性質量 m_i と重力質量 m_g が等価であれば N_T はゼロになり，糸の捻れはない」

ということになり，実験結果も非常に高い精度で等価原理を保証しました。慣性質量と重力質量の比で表された次式をエトベス比といいます。

$$
\eta=2\frac{\left|(m_\mathrm{g}/m_\mathrm{i})_A-(m_\mathrm{g}/m_\mathrm{i})_B\right|}{\left|(m_\mathrm{g}/m_\mathrm{i})_A+(m_\mathrm{g}/m_\mathrm{i})_B\right|} \qquad (1.16)
$$

1896 年にエトベスによって行なわれた実験によれば，エトベス比として

$$
\eta\simeq 1/20,000,000 \qquad (1.17)
$$

が得られ，非常に高い精度で慣性質量と重力質量が一致することが示されました。その後 1906 年から 09 年にわたってエトベスとその共同研究者は，2 つの錘の素材として獣脂ー銅，硫酸銅ー銅，アスベストー銅，蛇木ープラチナなど 9 タイプのペアを使い[7]，さまざまな誤差要因を慎重に取り除いて

$$
\eta<1\times10^{-8} \qquad (1.18)
$$

という結果を得ています。なお，この実験はエトベッシュの死後も継続され，1971 年に Braginsky & Panov は白金ーアルミニュームのペアを使って $\eta<9\times10^{-18}$ を得ており，さらに，2001 年にはワシントン大学のグループが 30 兆分の 1 という精度を実現しています。

- 花子：すごいですね！もうここまでくれば等価原理は厳密に成立しているといわざるを得ませんね。ところで基本的な質問があるのですがよろしいですか？
- K 氏：なんでもどうぞ。

[6] スカラー三重積の公式 $\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})$ を使う。

[7] 吉田伸夫「完全独習相対性理論」講談社 (2016)

- 花子：はい，ありがとうございます。実験では 振り秤をセットするとき，静かに吊り下げて秤が振れないように釣り合いの位置でセットしますね。これを初期状態とすると糸の捻れはどのようにしてわかるのでしょうか？
- K 氏：そうですね... え〜っと，装置全体を 180 °回転させて同じ実験を行います。そうすると物質 A と B の位置が変わるので，もし慣性質量と重力質量が異なっていれば，今度はトルクの向きが逆になるので棒は前とは逆の方向に回転し違った方向を向くはずですね。こうして装置の向きを変えた実験で棒の向きの違いがあれば等価原理は破れているということになるわけです。
- 花子：なるほど，了解しました。大変シンプルな装置のようですけど，実際の実験は気流の影響など，いろいろノイズ的な要素を取り除く必要があるので大変な神経を使いますね。
- K 氏：そうですね。実験物理学者の面目躍如といったところでしょうか。
- 花子：ところで「等価原理」といえばアインシュタインが一般相対性理論を構築する過程で 1907 年に提唱したと習いましたが，その辺りの状況はどうなっているのでしょうか。
- K 氏：はい，上で述べた等価原理は「弱い等価原理（weak equivalence principle,WEP)」と呼ばれ，これから“ 重力場における物体の運動は物体の種類や性質によらずに定まる” ことになります。ところで慣性質量と重力質量は全く違う概念で定義された物理量で，この 2 つの質量がなぜ一致するのか，このことはニュートン力学と万有引力の法則からは説明できません。アインシュタインは，慣性質量に比例する力である慣性力と重力質量に比例する力である重力との関係についてエレベーターの自由落下などの思考実験を重ね，最終的に，**「慣性力（見かけの力）と重力とは，すべての物理現象に対して同じ作用をする力である」**という思索結果に達したのです。これを**アインシュタインの等価原理**（Einstein equivalence principle, EEP)」といい，一般相対性理論構築の指導原理としたのですね。これは $(m_\mathrm{g}/m_\mathrm{i})$ がすべての物体について一定であるという経験的事実の基づいていることは言うまでもありません。詳しくは次節で見ていきます。

§2.　アインシュタインの等価原理

2-1．慣性力とは

ニュートンの第 1，第 2 の運動法則が成り立つ空間を慣性系[8]といい，その空間に設定した座標系（基準系）を慣性座標系といいました。慣性系に対して等速直線運動をする座標系，いいかえると，ガリレイ変換で結ばれる座標系はすべて慣性系で，慣性系は無数に存在します（← 例えば等速で走っている電車に固定された座標系は慣性座標系)。一方，慣性系でない非慣性系も無数に存在します。例えば加速している電車に固定した座標系などがそうで，特にこの座標系は加速度座標系と呼ばれます。ニュートンの運動法則は慣性系においてのみ成り立ち，非

[8]慣性の法則（第 1 法則）は第 2 法則の特別な場合（力が 0）なので, 慣性の法則が成り立つ基準系であれば第 2 法則も成り立たねばなりません。したがって慣性系は慣性の法則が成り立つ基準系であるといえます。

慣性系では成立しません。

下図に示すような加速度 α で右向きに進んでいる電車の床に置かれた質量 m の物体の運動を調べてみましょう。電車の床の動摩擦係数を μ とします。運動方程式を電車に固定された加

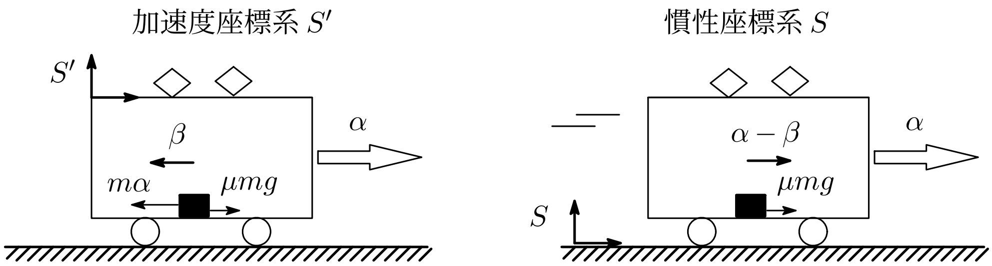


図 2: 慣性力

速度座標系 S' と電車の外に設定された慣性座標系 S の 2 つで考えます。まず，加速度座標系では，物体には電車の加速度とは逆向きに大きさ $m\alpha$ の**慣性力**が働き，電車内の観測者には，物体が床上を電車の進行方向と逆向きに加速度 β で運動していると見えたとします。物体と床の間には，物体の運動を静止させようとする力，即ち動摩擦力 $\mu N = \mu mg$ が働くので運動方程式は次式で表されます。

$$-m\beta = \mu mg - m\alpha \quad \therefore m\beta = m\alpha - \mu mg \tag{2.1}$$

一方，慣性座標系にいる観測者からすれば，物体に働く力は動摩擦力 μmg のみで，慣性力 $m\alpha$ は存在しません。物体の加速度は $(\alpha-\beta)$ と観測されるので，運動方程式は

$$m(\alpha-\beta) = \mu mg \tag{2.2}$$

となります。ところで，この 2 つの運動方程式は数学的には全く同じ式ですが，方程式の意味するところは全く違うことに気付かれましたか？ ここがポイントです。クドいようですが，ニュートンの運動方程式「質量×加速度＝力」は慣性座標系でのみ成立します。ということは，加速度座標系で現れた慣性力は，“ ニュートンの運動方程式と同じ式になるように導入された量 ”で，この力は慣性座標系には存在しない“ **見かけの力** ”といわれます。

- 花子：仮に加速度座標系で慣性力がないとして運動方程式を書くと $-m\beta = \mu mg$ となりますね。しかしこの式はニュートンの運動方程式 $m(\alpha-\beta) = \mu mg$ と一致しません。加速度座標系で正しい運動方程式を得るためには，見かけの力「慣性力」を導入せざるを得ないということですね。
- K 氏：そういうことです。ところで，実はこの見かけの力「慣性力」が曲者で，この辺りのことは追々分かってくると思います。

  ところで，特殊相対性理論はある慣性系で成り立つ力学や電磁気学の法則は，適当なローレンツ変換により別の慣性系でもそっくりそのまま同じ形で表せる（共変性）というものでしたね。つまり，すべての慣性系は互いに同等であることを主張しています。ちなみに，“ 特殊 ”という冠詞は慣性系だけにしか通用しないですよ，ということを意味するものでした。一方，一般相対性理論は，慣性系のみならず，慣性系に対して加速度運

動している加速度系も含めて，すべての基準系が互いに同等であり，どんな座標系でもすべての物理現象は同じ形で表されるということを主張しています。この理論の指導原理となったのがアインシュタインの等価原理と呼ばれるものです。

2-2．アインシュタインの等価原理

エレベーターが上昇しはじめるとき，中に乗っている人は体重が急に増えらかのように床下に押し付けられ，また手に持った荷物も急に重くなったように感じますね。逆に，下降しはじめる場合は体が軽くなったように感じます。このことは，重力の増大あるいは減少と同じ効果を加速または減速による慣性力が生みだすと考えられます。

極端な話，エレベーターを吊るすロープを切って自由落下させると，体重はゼロ，荷物を手から離すと宙に浮いたままのいわゆる無重力状態となり，外が全く見えない密閉されたエレベーターに乗っている観測者は，エレベーターが加速されたのか，地球の引力が急に増加あるいは減少したのか，その区別はできません。これは重力によって生じる加速度は重さに関係なくどんな物体についても同じなので，エレベーターとその中の観測者や荷物は同じ加速度で落下し，重力が消失したように見えるからです（←空気抵抗のない真空中での話)。もっと厳密に言うと，“ 重力が完全に消失した ”のであり，重力が存在しない状態と物理的に同一になるということです。このように，ある加速度によって生じる見かけの力（慣性力）は重力と同一の効果を生む，つまり慣性力と重力とは原理的に区別できず同等のものとアインシュタインは考えた。

「加速度による力と重力は同等のもので，原理的に区別できない」

これを**アインシュタインの等価原理**といいます。

余談になりますが，アインシュタインが「生涯で最も素晴らしいアイデア」といった等価原理を閃いた瞬間を，訪日した 1922 年の京都講演『如何にして私は相対性理論を創ったか』の中で次のように述べています[9]。

－私はベルリンの特許局で一つの椅子に座っていました。そのとき突然一つの思想が私に湧いたのです。「或るひとりの人間が自由に落ちたとしたなら，その人は自分の重さを感じないに違いない」私ははっと思いました。この簡単な思考は私に実に深い印象を与えたのです。私はこの感激によって重力の理論へ自分を進ませ得たのです。私は考え続けました。「人が落ちるときには加速度をもっている。この人間が判断する事柄は即ち加速度のある系に於けるものに外ならない」と。そこで私は単に一様な速さで動く系だけでなく，加速度をもつ系にまで一般に相対性原理を拡張しようと決心したのでした。－

- 花子：ほう～，素晴らしいアイデアというものは失礼ながらぼんやりとしているときに生まれやすいものなのですね。世界的に高名な数学者岡潔博士の多変数解析函数論のアイデアも「日本の心」という著書[10]の中で次のように述懐されています。

  —静養中の北海道大学で嗜眠(しみん)性脳炎というあだ名をつけられるほどボ～としていたある

[9]アインシュタインは 1922.11.17 から 11.29 まで改造社の招きで日本を訪れています。石原純は講演の筆記録を残しており「アインシュタイン講演録」(東京図書，1971) として出版されています。

[10]岡潔「日本の心」講談社文庫，昭和 56 年

日，中谷宇吉郎博士の自宅で朝食をよばれたあと，隣の応接室に座って考えるともなく考えているうちに考えが一つの方向に向き，どこをどうやればよいかがはっきりとわかった。北大へ静養に行く前は「毎日手を変え，品を変えしながら未解決問題の解決を模索するが，これが三ヶ月も続くとどんな無茶な，どんな荒唐無稽な試みも考えられなくなってしまい，それでも無理にやっていると，はじめの十分間ほどはよいが，あとはどんなに気を張っていても眠くなってしまう —
画期的なアイデアというのはそういった追い詰められた状態の果にパッと閃くものなのですね。。。ところで，アインシュタインの等価原理によれば，全く別の概念とされていた慣性質量と重力質量は，実は，根っこを同じくする性質だということになるわけですか。

- K 氏：そうです。ということでお話を先に進めましょう。

2-3．局所慣性系と一般相対性原理

先程，加速度系に移ることで重力を消し去ることができるといいました。とはいっても，現実の重力は，場所や時間によって変わります[11]。したがって，全空間にわたって完全に重力を消し去ることができる加速度系は存在しません。このことに留意してください。つまり，慣性力と重力の同等性は，あくまで空間的，時間的にある限られた狭い領域に対してのみ成り立つということです。この時空間を**「局所慣性系」**と呼んでいます。いまの場合，エレベーター内の時空間が局所慣性系となります。

さて，方程式を立てて少し詳しく見ていきましょう，中身は繰り返しになりますが...

高さ h の位置からエレベーターを加速度 a で落下させました。地上に設定した座標系（慣性座標系）を S，エレベーターに固定した座標系（加速度座標系）を S' とします。S' から見たとき，ある質点 P の時刻 t' における座標を z' とし，地上の座標系 S から見た場合の座標を t, z とすると，次の関係式が成り立ちます。

$$\begin{cases} t' = t & \text{（絶対時間）} \\ z' = z - (h - at^2/2) \end{cases} \tag{2.3}$$

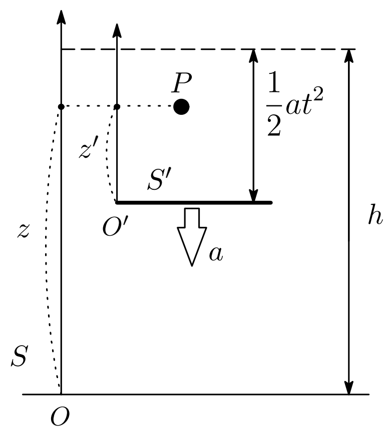


図 3: 局所慣性系

質点 P の慣性質量を m_{i}，重力質量を m_{g} とし，P には地球の重力 $F(= m_{\mathrm{g}}g)$ だけが作用しているとすると，座標系 S から見たニュートンの運動方程式は

$$m_{\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = -F = -m_{\mathrm{g}}g \tag{2.4}$$

また (2.3) より

$$\frac{\mathrm{d}^2 z'}{\mathrm{d}t'^2} = \frac{\mathrm{d}^2 z'}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + a$$

[11] 重力は地震や火山活動によってほとんど一瞬のうちに変わる場合もあれば、数千年から百万年ぐらいの長い時間をかけて変わる場合もあり，また、月や太陽の引力によって半日とか 1 日の周期でも変化していて，季節的な変化も生じているらしいです。

を得ます。これを (2.4) に入れると，S' 系から見た質点 P の運動方程式として

$$m_{\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}^2 z'}{\mathrm{d}t^2} = -m_{\mathrm{g}} g + m_{\mathrm{i}} a \tag{2.5}$$

が得られます。$m_{\mathrm{i}}a$ は見かけの力の慣性力ですね。さて，S' から見たときに質点 P が静止して見えるようにエレベーターの加速度 a を調節したとします。そうすると $m_{\mathrm{i}}d^2z'/dt^2 = 0$ より

$$k \equiv \frac{m_{\mathrm{g}}}{m_{\mathrm{i}}} = \frac{a}{g} \tag{2.6}$$

ここで $m_{\mathrm{g}} = m_{\mathrm{i}}$ とすれば $a = g$ で，エレベーターは重力加速度と同じ大きさで落下します。エレベーターの乗っている人の手からリンゴを静かに手放せば，リンゴに作用していた重力は消滅して宙に浮んで見えます。これは別にリンゴばかりでなくエレベーター内（局所慣性系）のすべての物質について，それらに作用していた重力は消滅します。アインシュタインは単に力学現象に限らず，すべての物理現象について**「一様な重力場では，適当な加速度運動をする座標系を基準にとるとにより，すべての物理現象に対する重力の作用を消滅させることができる」**ということを主張し，一般相対性理論の指導原理としたのでした。この主張を裏返していえば，宇宙空間のような無重力地帯でも慣性系から加速系に乗り移れば観測者のまわりに重力場をつくりだすことができるということです[12]。もし，重力場が空間的，時間的に一様でないときは，時空内の 1 点の周りの小さな領域に限ればいいわけで，これを「アインシュタインの等価原理」ということは先程述べた通りです。アインシュタインは，慣性系を前提とした物理学の理論は局所慣性系においてそのまま成り立つ，つまり「**すべての物理法則は任意の座標系において，いつも同じ形で表される**」という仮説を原理として主張したのですね。これを**一般相対性原理**といいます。

- 花子：う〜ん。。。アインシュタインの等価原理は，あくまで素直な気分ですけど，すこし強引な主張のように思いますね... 尤も，天才の直感とはそういうものとは思いますけど。
- K 氏：え〜っと,（咳払いしながら。。。）たしかに，今の段階ではあくまで仮説で，その主張が正しいものだとは断言できません。実験結果と照らし合わせて判定されなければなりません。一般相対性理論構築に向けたアインシュタインの苦闘は，実は，ここからはじまるのですが，歴史的なプロセスは省略して，正しい仮定であったということに止めておきます。アインシュタインの等価原理を前提とすれば，次節で見るように，重力による光の赤方変位などが説明できるのです。

●余談（コリほぐしに。。。）
エーヴ・キュリー (著)「キュリー夫人伝」(白水社,1976) にはこんな記述が見られます。
『マリーの健康はたちなおった。1913 年の夏のあいだ，マリーはその力をためしてみようと，リュックサックを背に，アンガディヌの渓谷（スイス）を徒歩で歩き回った。娘たちが。家庭教師とともに彼女に従い，なお，この遠足の仲間には学者のアルベルト・アインシュタインとその子息とが加わった。愉快な《天才の交わり》が，数年このかたキュリー夫人とアインシュタインとを結んでいたのである。ふたりはお互いに尊敬し合い，その友情は淡白，誠実だった。そして，あるいはフランス語で，あるいは

[12] SF 小説などではドーナツ型の宇宙ステーションを中心軸の周りの回転させて人工重力を作るといった話が登場します。

ドイツ語で，彼らは，理論物理学上の討論をかぎりなく続けた。（中略）アインシュタインは，思索に没頭しながら，クレパスの縁をよく見もしないで歩いていき，切り立った岩壁をよじ登った。急に立ち止まり，マリーの腕をとらえて，彼は叫んだ。ーわたしが知りたがっていることはなにか，奥さん，おわかりでしょう。それは，つまり，エレベーターが真空中を落下する時，その乗客の身に起こること，まさしくそれなのです。』
天才の集中力の凄さみたいなものを感じます。また電子の発見で有名なイギリスのノーベル賞学者 J・J トムソンも「風の男・白洲次郎」という本に面白いエピソードが載っていて，彼は散歩をしながら思索にふける癖があり，思索が深まってくると道の真ん中であろうとお構いなく立ち止まってしまう。警官もまた粋なもので，トムソンを注意することなどはせず，彼が動くまで車の方を止めていた。穏やかないい時代のエピソードですね。//

2-4．重力赤方偏移

アインシュタインはいろいろ思考実験を試み，等価原理からの具体的な帰結として，例えば光（電磁波）の振動数が重力によって変化するということを主張しました。図 4 の左に注

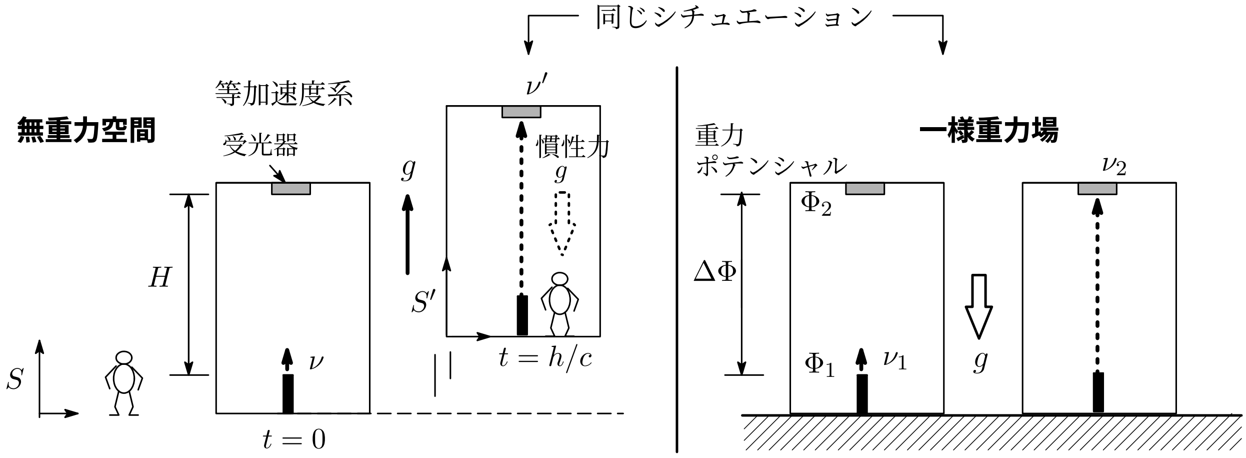


図 4: 重力赤方偏移

目ください。エレベータの外に設定された座標系（慣性座標系）を S，エレベーターに固定された座標系（加速度座標系）を S' とします。無重力空間中に吊るされたエレベーターの床下には光の発振器が，天井には受光器が設置されています。エレベーターは最初止まっていて，床下の発振器から振動数 ν_1 の光を出しています。$t=0$ で発射された光は受光器に向かって直進，同時にエレベータも一定の加速度 g で上方に向かって上昇したとします。天井の受光器は光を発射したときの発信器に対して $v=gt$ の相対速度で遠ざかるように動くので，受光器に達する光の振動数はドップラー効果[13]により

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \doteqdot \nu\left(1-\frac{v}{c}\right) \quad (\text{ただし}\,\beta = v/c) \tag{2.7}$$

と低振動数側にズレて観測されます。光が受光器に到達するまでの時間は $t=H/c$ なので[14]，$v=gt=gH/c$ を (2.7) に入れて

$$\nu' = \nu\left(1-\frac{gH}{c^2}\right) \tag{2.8}$$

[13]詳しくは HP の「特殊相対性理論」を参照。
[14]厳密にいえば時間 t の間に受光器は元の位置よりも $gt^2/2$ だけ上に移動するが $t \ll 1$ なので無視できる。

運動体のドップラー効果による振動数の減少（波長が長くなる赤方偏移）は一般によく知られた現象で，ここまでは不思議でもなんでもありません。同じことを加速度 g で上昇しているエレベータに乗っている観測者（加速度座標系 S'）から見みると，このときも発信器から発射された光は受光器に達した時，振動数が ν から ν' に減少しています。

※註：天井に発信器，床に受信器が置かれている場合：この場合は，受信器が発信器に近づくケースとなるので，ν で発射された光が床の受信器で ν' で観測されたとすると，ν' は (2.7) の v を $-v$ に書き換えて

$$\nu' \doteq \nu\left(1+\frac{v}{c}\right)=\nu\left(1+\frac{gH}{c^2}\right) \tag{2.9}$$

で与えられ，振動数は ν から ν' へ増加します。

さて，加速度 g で上昇するエレベーター内部の空間には重力加速度 g の慣性力が働きますね。この点に注目して,「慣性力は重力と等価で，慣性力が作用する座標系での物理現象は同じ大きさの重力が働いているときの物理現象と等しい」というアインシュタインの等価原理を適用すると，無重力空間を加速度 g で上昇しているエレベータの内部は，一様重力場に静止して置かれたエレベータの内部（図 4・右）と同一で物理的に区別できないことになります。したがって，等価原理が正しければ光の振動数シフトの現象はドップラー効果が原因だとはいえなくなる。なにせエレベータは止まっているのですから。アインシュタインは重力の作用がその要因と考え，**“ 重力が光の振動数を変化させるする ”**と推論したのです[15]。

それでは重力がどのように関係するのか見ていきます。発信器が置かれているエレベータの床を基準として鉛直上方に z 軸をとる。重力ポテンシャルを Φ とすると，発振器と受信器の間の重力ポテンシャルの差は $\Delta\Phi = gH$（床を基準）ですから，これを (2.4) に入れると

$$\nu' = \nu\left(1-\frac{\Delta\Phi}{c^2}\right) \tag{2.10}$$

が得られます。これは光のドップラー効果（光の振動数シフト）と重力ポテンシャルを結びつける大変意味深い式です。

エレベータ空間を宇宙空間に置き換えて考えてみましょう。太陽を光源とし，太陽から遠く離れた点で太陽からの光を観測すれば，(2.10) より光の低周波数側シフトが観測されるはずです。いわゆる重力赤方偏移と呼ばれるものですね。質量 M の質点が位置 r に作る重力ポテンシャルは $\Phi(r) = -GM/r$。いま，半径 R の太陽の表面から発せられる光を遠く離れた場所 P で観測したとすると，2 点間の重力ポテンシャルの差は

$$\Delta\Phi = -GM\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right) \doteq \frac{GM}{R} \quad (\because r\to\infty) \tag{2.11}$$

となるので，P で観測される光の振動数は (2.10) より

$$\nu' = \nu\left(1-\frac{GM}{c^2R}\right) \tag{2.12}$$

この式に $G = 6.7\times10^{-11}\mathrm{m^3kg^1s^{-2}}$，$M = 2\times10^{30}\mathrm{kg}$，$R = 7\times10^8\mathrm{m}$，$c = 3\times10^8\mathrm{ms^{-1}}$ を入れ

[15]正確には重力ポテンシャル。

ると

$$\frac{|\nu' - \nu|}{\nu} \doteq 2 \times 10^{-6} = 0.0002\,\% \tag{2.13}$$

が得られます。これから，アインシュタインは太陽からくる光の波長は 0.0002 % 程度が伸びていると予測しました。アインシュタイが等価原理を発表した 1907 年当時，重力赤方偏移の信頼できる高い精度の観測データはなく，実験的検証ができないことからアインシュタインの等価原理はほとんで注目されなかったそうです。ちなみに，1984 年に宇宙科学研究所の X 線観測衛星「てんま」が、中性子星の強い重力による重力赤方偏移を世界で初めて捉えたと報じています。

2-5．重力場中における時計の遅れ

振動数 ν は 1 秒あたりの波の個数です。発信器から発射された光は 1 秒間に ν 個，これが重力ポテンシャル $\Delta\Phi$ だけ高いとことにある天井の受信器では 1 秒間あたり ν' 個に減少していることを (2.10) は意味します。エッ，途中で波が消える。。。!? そんなハズがない。アインシュタインは大胆にもエレベータの床と天井での時間の進み具合は同じではなく，天井で 1 秒だと考えている時間が，床では 1 秒も経っていない。したがって，床の発信器から 1 秒あたり ν 個の波を発射したとしても，天井では 1 秒あたりに到達する波の数は ν 個より少なくなる。これが光の振動数が減少する理由だと考えたわけです。

天井に置かれた時計が微小な時間 dt 進む間に床に置かれた時計が $d\tau$ しか進まないとすると，それぞれの時間の関係は

$$d\tau = \left(1 - \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right) dt, \quad \therefore \tau = \left(1 - \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right) t \qquad (\text{ただし} \tau = 0 : t = 0) \tag{2.14}$$

で与えられます。また，これを逆に解いて

$$t = \left(1 - \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right)^{-1} \tau \doteq \left(1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right) \tau \tag{2.15}$$

これから

$$\frac{t}{\tau} = 1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2} = 1 + \frac{GM}{c^2 R} \tag{2.16}$$

床の時計の 1 秒は天井の時計では GM/c^2R 秒進んでいることになります。

エネルギー保存則

さて，重力ポテンシャルが時間の進行を支配していることを光子エネルギーの視点から考えるとどうなるか。床から $h\nu$ のエネルギーを持って発射された光子は，一様重力場の中を上方に向かって進つつ位置エネルギーを消費し（重力に抗して仕事する），天井に届いたときには $h\nu' (< h\nu)$ のエネルギーになっていると解釈できます。$E = mc^2$ より光子の質量 $m = h\nu/c^2$ の粒子とみなせば

$$h\nu' = h\nu - mgH = h\nu\left(1 - \frac{\Delta\Phi}{c^2}\right) \tag{2.17}$$

これはエネルギー保存則ですね。

- 花子：なるほど，見方を変えればわかりやすいというか。。。ところで，重力 g は，例えば標高 3,776m の富士山頂上の g は麓の三保の松原よりも 0.09 ほど小さいといわれているように，高さ方向で見れば必ずしも一様ではないですね。いま，地表から宇宙に達するほどの非常に高いエレベータがあったとしたら，エレベータの最上階の時計は地表時刻よりよりどの程度早く刻んでいるのでしょうか。
- K 氏：そうですね，それでは重力場が一様でないケースを次に見てみましょう。

2-6．重力場が一様でないケース

地上 n 階建ての超々高層ビルがあり，各階での g はほぼ一様と見なせるとし，各階の高さを Δh としましょう。床と天井の時計の関係は，i 階目の床の時計が刻む時間を t_{i-1}，その天井が刻む時間を t_i とすると，(2.15) より

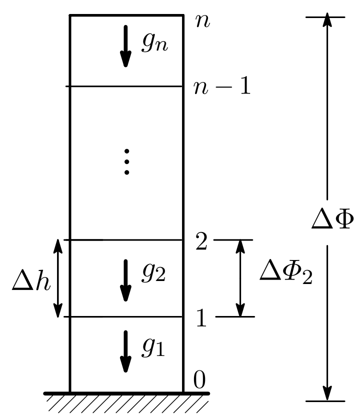


図 5: 一様でない重力場

$$t_1=\left(1+\frac{g_1\Delta h}{c^2}\right)t_0=(1+A_1)t_0$$

$$t_2=\left(1+\frac{g_2\Delta h}{c^2}\right)t_1=(1+A_2)t_1\simeq(1+A_1+A_2)t_0$$

$$\vdots$$

$$t_n=\left(1+\frac{g_2\Delta h}{c^2}\right)t_{n-1}\simeq\left(1+\sum_{j=1}^{n}A_j\right)t_0,\quad (\text{ただし}, A_j=g_n\Delta h/c^2)$$

Δz^2 の項は分母が c^4 となるので ~ 0 として無視しました。

$$\sum_{j=1}^{n}A_j=\frac{1}{c^2}(g_1\Delta h+g_2\Delta h+\cdots+g_n\Delta h)=\frac{1}{c^2}(\Delta\Phi_1+\Delta\Phi_2+\cdots+\Delta\Phi_n)$$

$$=\frac{1}{c^2}\Delta\Phi \qquad \because \Delta\Phi_j=\Phi_j-\Phi_{j-1}\quad (j=1,2,\cdots,n)$$

となるので，

$$t_n=\left(1+\frac{\Delta\Phi}{c^2}\right)t_0,\qquad \frac{t_n}{t_0}=1+\frac{\Delta\Phi}{c^2} \tag{2.18}$$

が得られます。これが最上階の天井の時計と 1 階床下の時計の関係です。結局，最上階と 1 階床の間の重力ポテンシャルの差が効いていくるということになりますね。

- K 氏：え〜っと，カーナビなどで日常的にお世話になっている GPS 衛星のことなんですけど，この衛星は地上約 2 万 km の上空を時速 3,300km の速さで周回し，搭載されている時計は地上の時計より早く進むので 1 秒毎に 100 億分の 4.45 秒だけ遅れるように調整されているということを聞いたことがあります。最後にその辺のお話が聞ければと思うのですが。
- K 氏：了解しました。いま仰られた衛星は秒速約 920m/秒とかなりの速さで周回していますので“ 運動する時計は遅れる ”という特殊相対論的な効果も考慮する必要がありますね。それでは気合を入れてやってみましょう。

2-7．GPS 衛星の時計調整

地表の時計を t_A，その地点の鉛直上方・衛星周回軌道上のB点（地球の半径 R，地表から距離 L）の時計を t_B とします。そして，衛星位置C点での時計を t_C とします。

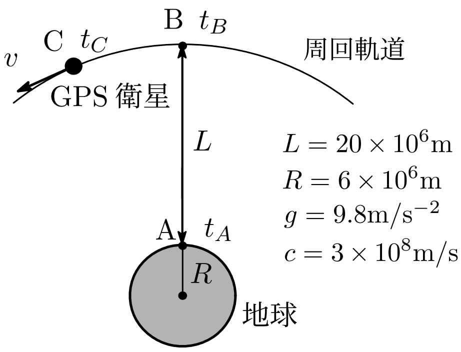


図 6: GPS 衛星

(1) **特殊相対論効果**

Bの時計とCの時計の関係は特殊相対論から

$$t_C = t_B\sqrt{1-\beta^2} \doteq t_B\left(1-\frac{1}{2}\beta^2\right) = t_B\left(1-\frac{v^2}{2c^2}\right) \qquad (2.19)$$

また，質量 m の衛星のポテンシャルエネルギーは

$$U = -\frac{GMm}{R+L} = -mg\frac{R^2}{R+L} \qquad (G = gR^2/M)$$

衛星に働く力は $-\partial U/\partial L$ から導かれます。この力と遠心力の釣り合いの式から衛星の速さは

$$mg\left(\frac{R}{R+L}\right)^2 = m\frac{v^2}{R+L}, \quad \therefore v^2 = \frac{gR^2}{R+L}$$

これを (2.19) に入れると

$$\frac{t_C}{t_B} = 1 - \frac{gR^2}{2c^2(R+L)} \qquad (2.20)$$

ちなみに $R = 6\times 10^6$, $L = 20\times 10^6$, $g = 9.8$, $c = 3\times 10^8$ とすると衛星の速さは $v = 1{,}308$m/s となります。

(2) 重力ポテンシャルの影響

時計に関係する重力ポテンシャルは (2.18) より衛星と地上のポテンシャルの差なので

$$\Delta\Phi = \Phi_B - \Phi_A = -GM\left(\frac{1}{R+L} - \frac{1}{R}\right) = \frac{gRL}{R+L}, \quad (G = gR^2/M)$$

これを (2.18) に入れて

$$\frac{t_B}{t_A} = 1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2} = 1 + \frac{gRL}{c^2(R+L)} \qquad (2.21)$$

(3) 地上の時計と衛星の時計の関係

最後に，地上の時計と衛星の時計の関係を求めます。

$$\begin{aligned}\frac{t_C}{t_A} &= \frac{t_B}{t_A}\cdot\frac{t_C}{t_B} = \left(1+\frac{gRL}{c^2(R+L)}\right)\left(1-\frac{gR^2}{2c^2(R+L)}\right)\\ &\doteq 1 + \frac{gRL}{c^2(R+L)} - \frac{gR^2}{2c^2(R+L)}\\ &= 1 + \frac{gR}{c^2(R+L)}\left(L - \frac{R}{2}\right) \end{aligned} \qquad (2.22)$$

この式に R, L, g, c の各定数を入れると

$$\frac{t_C}{t_B} \doteq 1 + 4.3\times 10^{-10}$$

これから衛星の時計の1秒は地上の時計の1秒より100億分の4.3秒進んでいることになります。

2-8．重力が光を曲げる

重力のない真空の空間に固定された慣性座標系を S，上方に加速度 g の大きさで上昇しているエレベータに固定された加速度座標系を S' とします。外部が一切見えない窓のないエレベータに乗っている人は

- 加速度 g で上昇している加速度系（S'）にいるのか　$\cdots$ (A)
- 重力 g の作用のもとにある慣性系（S）にいるのか　$\cdots$ (B)

いずれかの判断はつきかねます。ただ，持っていたリンゴを手放せば自然落下していくので，自分は重力場に置かれた，静止したエレベータの慣性系にいるんだと判断しても何らおかしくはないですね。

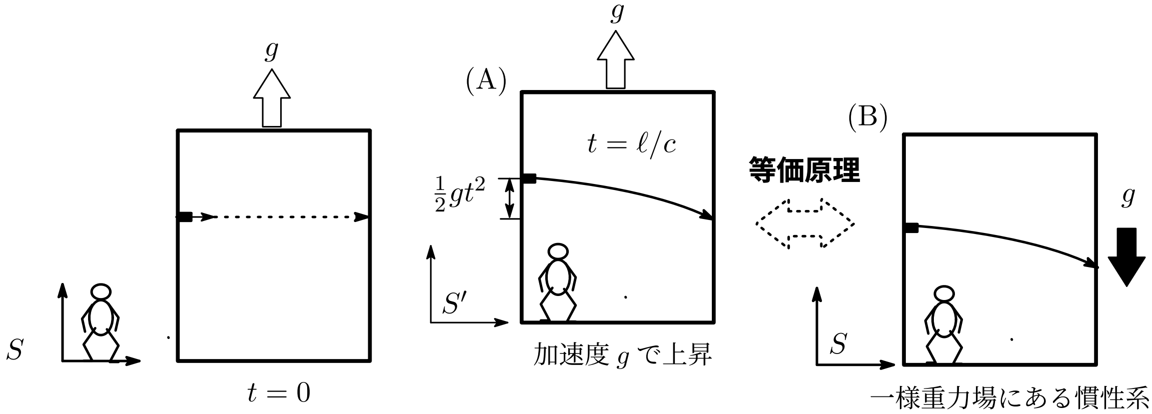


図 7: 重力による光の曲がり

いま，エレベータの一方の壁から $t=0$ で光を水平[16]に発射し，t 秒後に距離 ℓ 離れた対向壁に到達したとします。エレベータの外の慣性系にいる人から光を見れば，光速不変の原理（特殊相対性理論の帰結）より光速 c で直進して見えます。一方，エレベータ内の人から見ればエレベータは時間 t の間に上方へ $gt^2/2$ だけ上昇するので，光は放物線を描くように見えます。これはエレベータが加速度 g で上方に動いているからそう見えて当然だと考えたくなりますが，どっこいエレベータは一様重力場の中で“ 静止 ”しています !! (←アインシュタインの等価原理)。ということは，重力の作用する慣性系では光速不変の原理が成立しない，つまり特殊相対論が成り立たないということを意味しています。

- 花子：チョット待ってくださ〜い，特殊相対性理論は次の 2 つの原理を指導原理としましたね。
  ・光速度不変の原理：すべての慣性系において真空中の光の速さ c は光源の運動状態に関係なくすべて相等しい値を持つ。
  ・相対性原理：物理法則はすべての慣性座標系に対して同じ形で表される。
  図 7 右の (B) に示されている状態は慣性系ですね。すべての慣性系では光速度不変の原理が成り立つのではなかったですか？

[16]無重力空間で水平をどう捉えるかは難しいですね。正確に言えば加速度の方向と直交する方向です。

- Ｋ氏：その通りです。が，特殊相対論は“ 重力のない慣性系 ”を取り扱った理論なんですね。慣性系でも重力が存在すれば話は変わり，光速度不変の原理が破綻するということです。
- 花子：そうなんだ。ところで，光が曲がることと光速度が一定でなくなるということはどう結びつくのですか？
- Ｋ氏：はい，例えばホースから水を水平に発射すると水は放物線を描いて路面に達しますね。ホースから筒状になって放出された水の上部と下部では水流の速さが異なる，つまり下部は上部より遅くなっている，そういうイメージで捉えればいいと思います。
- 花子：了解しました。ところで光が質量を持っていれば重力に引かれて曲がるということは納得できますが，光の質量がゼロですね。そのあたりはどう考えればいいのでしょうか。
- Ｋ氏：まさにそこが発想の飛躍点です。アインシュタインは

  光は真っすぐ進んでいる（最短コースをとっている）。
  ただ，時空が曲がっているから光が曲がって進むのだ。

  と考えたのです。このあたりから曲がった空間，いわゆるリーマン空間への取り組みが始まっていくのですね。歴史的な流れは参考文献［2］に詳述されていますので，興味があれば一読してください。さて，このお話もそろそろここらでお開きとします。お疲れさまでした。
- 花子：ありがとうございました。また，ぜひこの続きが聴ければと思います。
- Ｋ氏：了解しました。その気になったときにでもＴｒｙしましょう。まだまだ新型コロナが猛威を奮っていますが，三密を守りつつｅｎｊｏｙしてください。

※付記

2020.12.5　「重力が光を曲げる」追記

参考文献

[1] 三尾典克「相対性理論・基礎から実験的検証まで」サイエンス社,2007

[2] 吉田伸夫「思考の飛躍・アインシュタインの頭脳」新潮選書,2010

[3] 吉田伸夫「完全独習相対性理論」講談社,2016

[4] 中野董夫・菅野禮司「相対性理論はむずかしくない」Blue Backs, 講談社, 昭和 59 年

[5] 内山龍雄「相対性理論」岩波全書,1977