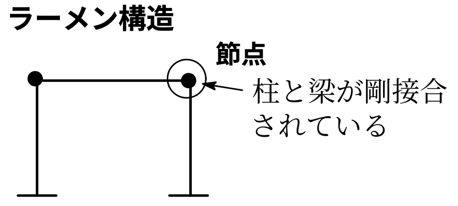
構造力学談話

KENZOU

平成 29 年 9 月 17 日

第 1 話.　　平面構造物のつり合い（1）

- K 氏：平面構造物といっても構造形式によていろいろあるよね。ラーメン構造とかトラス構造，アーチ構造にシェル構造といった具合だ。
- コニー：ラーメン構造ってラーメン屋の屋台の構造かな？と思ったりするわね。
- K 氏：うん，直接ラーメン屋の屋台とは関係ないんだね。このラーメンは「枠」とか「額縁」を意味するドイツ語の Rahmen からきていて，英語で rigid frame というように柱と梁（はり）を**剛接合**した骨組のことだ。トラス構造というのは**ピン接合**した部材を三角形に組み合わせた骨組を単位に構成されているもので，英語で truss と書くが，これは“ くくる ”とか“ 縛る ”という意味だね。



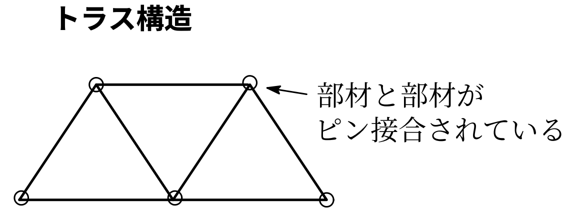


図 1.1: ラーメン構造とトラス構造

なお，ピンはドアーなどについている蝶番（ちょうつがい）をイメージすればいい。アーチ構造は半円形に弧を描いた構造で，煉瓦作りの旧建築の出入り口などによく見かける。パリの凱旋門などがそうだね。シェル構造というのは薄い局面を貝殻のように外殻に用いた構造のことだ。

- コニー：いろいろあるのね。
- K 氏：そうだね。それではまず基本となる**梁**（はり）の話から入って**ラーメン構造**とか**トラス構造**などを取り上げていこう思う。

1－1．力のつり合い

（1）構造物の節点・支点と反力

●節点

- K 氏：構造物の骨組を構成する部材と部材を継手を**節点**といい，節点には剛節点とピン節点の 2 種類がある。これらの節点は反力を考えるときに大切なポイントとなるので少し詳しく説明しておこう。

  ・**剛節点：** 節点部分の回転が拘束されて，その角度が変化しないものをいう。節点部分が固定されて移動も回転もできないので，部材相互間で水平方向，垂直方向の力の移動に加えて，モーメントを伝えることができる。

  ・**ピン節点：** ヒンジとか滑節点ともいうが，節点部分が自由に回転できるものをいう。ちょうど蝶番（ちょうがい）のイメージだね。ピン節点はモーメントは伝達できないが，水平方向，垂直方向の力の移動は伝えることができる。

●支点

- K 氏：地盤あるいは他の支持構造物と構造物の接点を**支点**と呼んでいる。支点は構造物に作用した力を地盤に伝える役割を果たしている。
- コニー：構造物が支点を通して地盤に力を作用させれば，構造物は当然地盤からの反作用力を受けるはずね。力のバランスがとれていないと構造物は安定しないから。
- K 氏：その通りだ。地盤から支点を介して受ける反作用力を**支点反力**とか単に**反力**と呼んでいる。一般に反力は構造物の変位が固定されている点に生じる力で，**水平反力**，**鉛直反力**，**モーメント**がある。支点はこのすべての力に抵抗するのではなく，支点の種類によってある特定の力にのみ抵抗する構造になっているんだね。

  ・**固定支点：** 「水平」「鉛直」「回転（モーメント）」すべての力に抵抗。したがって，反力は水平，鉛直と回転に対して生じる。移動と回転の変位を拘束し、どのようにも移動ができない支点。拘束度は $r=3$。

  ・**ピン支点：** 「水平」と「 鉛直」方向の力に抵抗。したがって，反力は水平方向と鉛直方向に生じる。水平・鉛直方向の移動変位を拘束するが、回転が可能な支点。拘束度は $r=2$。

  ・**ローラー支点：** 「鉛直」方向の力にだけ抵抗。したがって，反力は鉛直方向だけに生じる。鉛直方向の変位だけを拘束し、回転や水平方向に移動が可能な支点。拘束度は $r=1$。

- コニー：拘束度は反力の数 h と一致するのね。
- K 氏：そうだね。構造物の自由度の数より拘束度が少なければ不安定となるし，逆に多ければ安定となるわけだね。

（2）構造物の分類

- K 氏：構造物は**安定構造物**と**不安定構造物**に分類される。不安定構造物とは外力によって容易に形を崩したり移動したりする構造物のことで，安定構造物は移動も回転もしない構造物のことだ。安定構造物はさらに**静定（せいてい）構造物**と**不静定構造物**に分類される。
- コニー：静定とか不静定の意味は？

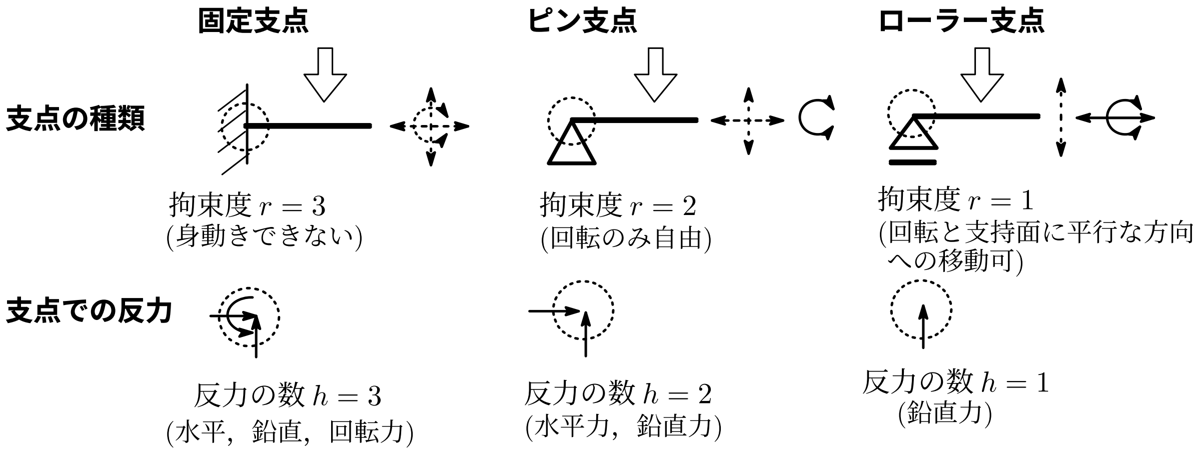
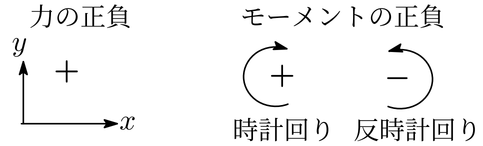


図 1.2: 支点の種類と反力

- K 氏：**静定構造物**は，力のつり合いの式だけで反力が求められる構造物のことだ。つり合いの条件式は水平，鉛直方向の力とモーメントのつり合いの三元連立一次方程式となる。ただし，力とモーメントの正負の符号は図のようにとっておく。



力のつり合いの式

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum M_i = 0$$

図 1.3: 力とモーメントの正負の符号

不静定構造物は力のつり合いの条件式に加え構造物の変形状態まで考えた式が必要となる。

- コニー：ところで，部材に外力が加わると応力が発生するとどこかで聞いたことがあるけど。
- K 氏：そうだね，**応力は外力に反応して部材の内部に生じる力（内力）**のことだ。力学で勉強したと思うけど内力の総和はゼロだね。したがって，応力は**「大きさが等しく，向きが反対な“一対の力”」**という性質をもつ。応力は部材の任意の断面に働く力なので構造力学では「**断面力**」といっている。この力には，図に示すような「**軸方向力**N」,「**せん断力**Q」,「**曲げモーメント**M」の 3 種類あり，その正負の符号の付け方も定められている。

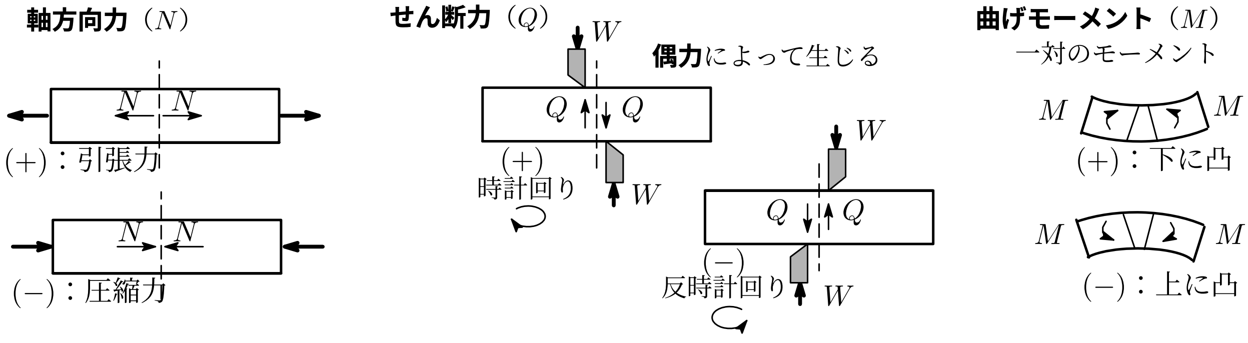


図 1.4: 断面力の種類

ただし，曲げモーメントに関しては正式な正負の符号の付け方はなく，通常下側に広がる変形（下に凸）が生じる場合を“ ＋ ”，上側に広がる変形（上に凸）が生じる場合を“ − ”としているね。

- コニー：そうなんだ。一応規則としてそのように決めているのね。

種　類	特　　長	部材に作用する力
軸方向力(N)	外力が部材の軸方向に作用するときの応力。 引張力を正，圧縮力を負とする。	
せん断力(Q)	外力が部材の材軸に垂直な方向に作用するときの応力。 せん断力は**偶力**によって生じる。 時計回りは正，反時計回りは負。	
曲げモーメント(M)	外力が部材の材軸に垂直な方向に作用するときの応力。 正・負符号の正式な付け方はないが図に示すようにしておく。	

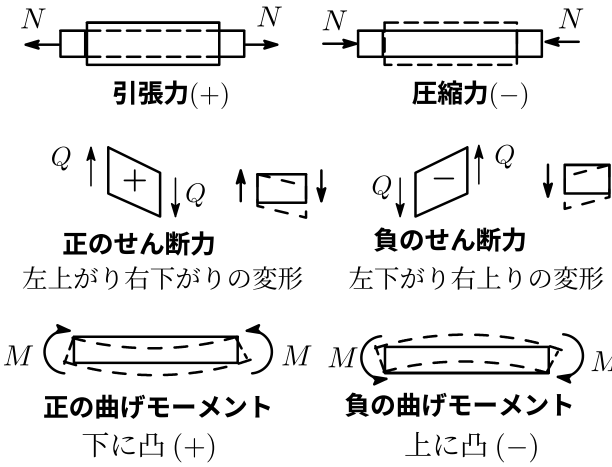


図 1.5: 断面力の種類と特長

（３）構造物の反力と断面力を求める

A. 片持ちばり

●集中荷重のケース

- K 氏：それでは静定ばりの反力と断面力の計算をしていこう。ただし，静定ばりは**剛体**とみなす。図に示すように A 点に 2 kN の鉛直下方の外力がかかっているとしよう。

（１）反力　固定端 B 点にははりを鉛直下方に動かさないための「鉛直反力」（V_B）とはりが回転しないための「モーメント」（M_B）の 2 の反力が生じる。はりには水平方向の外力作用がないので水平反力（H_B）は 0 だが，これら 3 つの反力を”正の向き”になるように図に矢印を書き込む。

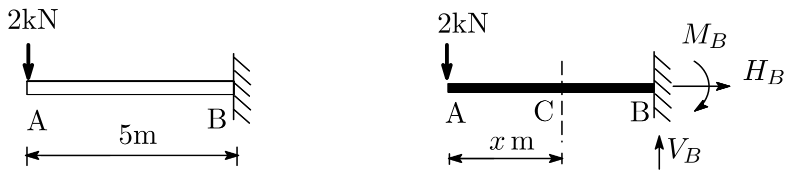


図 1.6: 片持ち梁と集中荷重

このような，はりに働くすべての力を矢印で描いた図を **FBD**，自由体図 (Free Body Diagram) と呼んでいる。力のつり合いの式を立てると

$$\sum X = 0 + H_B = 0, \quad \sum Y = -2 + V_B = 0$$

となるだろう。これから $H_B = 0, V_B = 2\,\mathrm{kN}$ と求まる。次に B 点回りのモーメントのつり合いの式を立てると

$$\sum M = -2 \times 5 + M_B = 0 \tag{1.1}$$

から $M_B = 10\,\mathrm{kNm}$ と求められる。

- コニー：なるほど。ところで，はりは回転しないので，B 点以外でのモーメントのつり合いを考えてもいいのじゃない？
- K 氏：うん，一向にかまわない。<u>力がつり合っているときはどの点に関してもモーメントの総和もゼロになる</u>ものね。ただうまい点を選ばないと計算が少し面倒になる。たとえば A 点から xm 離れた位置 C 点回りでのモーメントのつり合いを考えれば

$$\sum M = -2 \times x - (5 - x) \times V_B + M_B = 0 \qquad (0 < x < 5)$$

と少し長い式になるね。$V_B = 2$ を入れると $M_B = 10$ と求まる。

（2）断面力

- K 氏：次に，はり AB 間の任意の位置 C の断面に生じる断面力を求めよう。はりを C 点で**仮想的に切断**し，左側のはりについて考えてみよう。
- コニー：ちょっと待って。**仮想切断**って穏やかじゃないわね。断面力を求めるにはそのようなことを考えなくてはならないの？
- K 氏：そうだね，例えばわかりやすい例として単純ばりを考えよう。荷重 W が作用している単純ばりは静的な安定状態（つり合い状態）にあるとしよう。このとき，はりの一部が飛びだしたりはしないね。つまり，はりのどの部分も静的な安定状態にあると考えられるわけだ。この安定状

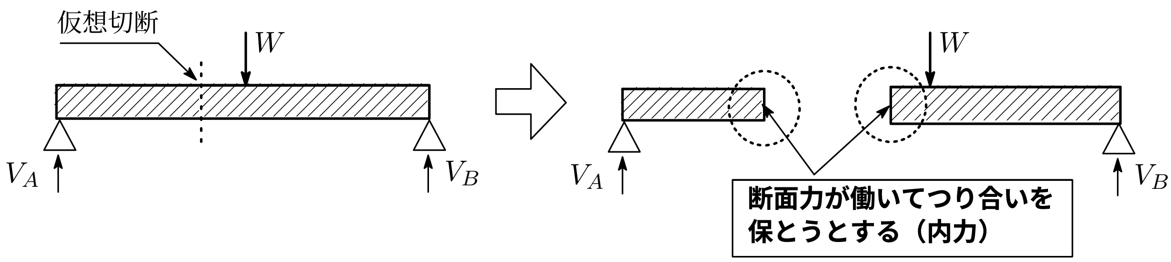


図 1.7: 仮想切断

態を保つには，外力に抗してはりの各部分に**内力**が働いているからと考えられる。いま，はりのある個所で仮想的に切断してやると，切断された左側あるいは右側どちらでもいいが，それぞれ静的な安定状態にあるわけだから，力のつり合いの関係から外力に抗する内力を設定しなければならない。つまり，内力を取りだすために仮想切断というのを考えるわけなんだね。この内力は切断面に生じるので**断面力**と呼ばれる。断面力の種類は先ほど説明した**軸方向力**，**せん断力**，**曲げモーメント**の 3 種類があるが，これらは外力の作用によって生じる。なお，当然だけど，仮想左切断面に生じる断面力と右切断面面に生じる断面力は**作用・反作用の関係**にあり，互いに向き

が反対で大きさが等しい力となる。だから，断面力を求める問題では，一方の断面力を求めるだけで十分ということになるね。

- コニー：なるほど，仮想切断というのは断面力を顕在化させるための手段というわけね。
- K 氏：そうだね。それでは具体的な計算に入っていこう。ただし，ここで留意すべきことは，断面力の矢印の向きだ。テキストによって記述が異なっていたりして混乱しやすいが，ここでは<u>切断した断面に「正の断面力」となるように，せん断力や曲げモーメントの矢印を描く</u>やり方を採用する。これは切断位置に微小要素を介して 3 つの部分に切り分けて考えると分かりやすい。

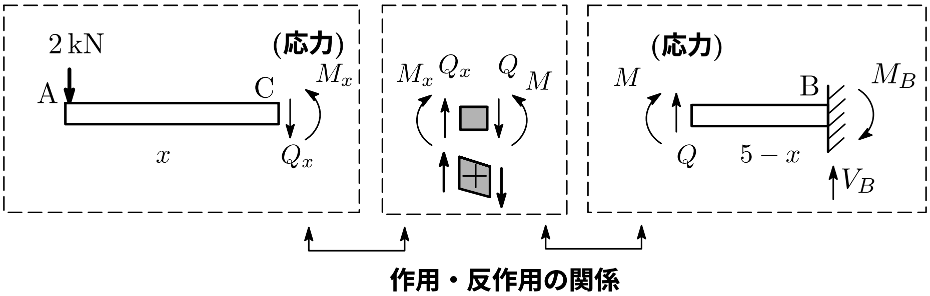


図 1.8: せん断力の求め方

図 1.8 に示すように，真ん中の微小部分（塗りつぶした部分）で左面が持ち上がり右面が持ち下がる変形を生じるせん断力が**「正のせん断力」**。また，下に凸の変形を起こすのが**「正の曲げモーメント」**となる。この符号の決め方は大した理屈はないので**丸暗記**するしかない。早い話，図 1.9（軸方向力は省略）のように矢印の向きを取ればいい。仮想切断された左側のはりでつり合いを考える場合は（1），右側のはりでつり合いを考える場合は（2）で示す矢印の向きをとればいいということだ。

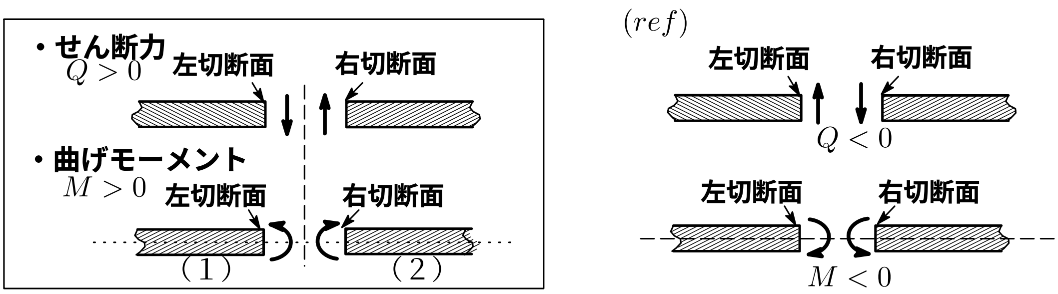


図 1.9: 仮想切断面と断面力の矢印の設定

- コニー：さて，そうするといまの場合の自由体図・FBD は次のように描けるわね。

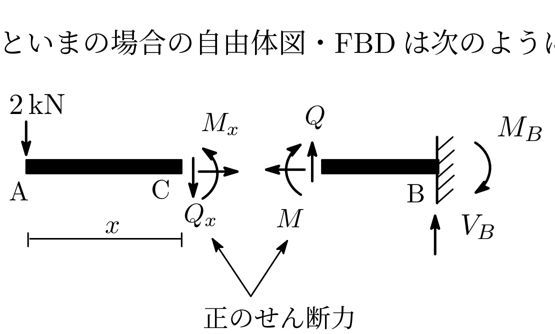


図 1.10: 片持ちばり 1 点荷重の FBD

- K 氏：そうだね。それでは AC 間 $(0 \leqq x \leqq 5)$ の断面力を求めよう。まず，せん断力は鉛直方向の力のつり合いの式より

$$\sum Y = -2 - Q_x = 0 \qquad \therefore\ Q_x = -2$$

片持ちばり AB の間のいたるところでせん断応力は一定の $Q = -2\,\mathrm{kNm}$ となる。次に，切断点でのモーメントを M_x とすると，モーメントのつり合いの式より

$$\sum M = -2 \times x - M_x = 0 \qquad \therefore\ M_x = -2x$$

A 点，B 点での曲げモーメントはそれぞれ $M = 0$，$M = -10\,\mathrm{kNm}$ となる。得られた断面力の分布を描いた図をせん断力図・**SFD**（Shear Foece Diagram），曲げモーメント図・**BMD**（Bending Moment Diagram）というが，ここでは簡単に Q 図，M 図とする（図 1.11 を参照)。図中，プラスマイナスの符号の置き方もいろいろ流儀があるようだが，ここではせん断力 Q は上方を $(+)$，下方を $(-)$ に，曲げモーメント M は下方を $(+)$，上方を $(-)$ に描くことにする。なお，Q, M 図に数値を書くときは通常＋−の符号は省略しているね。

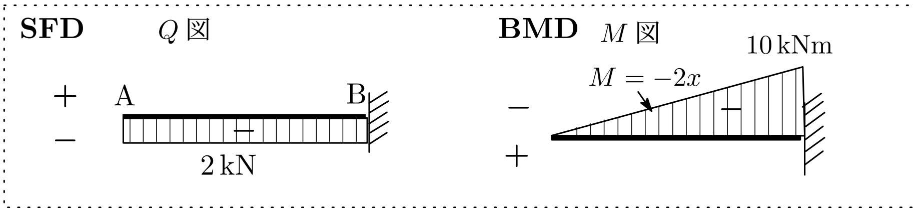


図 1.11: 片持ち梁の断面力

- コニー：Q 図，M 図で正負の符号の領域が異なっているけどその理由はなにかあるの？
- K 氏：うん，いまの場合せん断力はマイナス符号で左下がり・右上がりの変形を起こすだろう。この結果曲げモーメントは上に凸の変形を起こすことになる。この変形の方向を図でも示せるようにしているというわけだ。
- コニー：そうなんだ。ところでいま自由端の A 点側から考えたけど，固定端の B 点側から考えると。。。B 点の反力 V_B，M_B を考慮しなければならないのね。 鉛直方向の力のつり合いより

$$\sum Y = V_B + Q'_x = 0 \qquad \therefore\ Q'_x = -2$$

C 点回りのモーメントのつり合いの式より

$$\sum M = -(5 - x) \times V_B + M_B + M'_x = 0, \qquad \therefore\ M'_x = -2x$$

となって同じ結果となるわね。

- K 氏：そうだね，片持ちはりの断面力計算をマニュアル化しておくと

 1) はりを任意の位置で切断し，正の断面力となるように Q，M の矢印を描く。
 2) 切断したはりの自由端側のはりで力のつり合いの式を立てる（←計算が楽)。
 3) これを解いて部材に生じる応力を求める。

●分布荷重のケース

A. 等分布荷重

- K 氏：次にはり全体に荷重がかかった**分布荷重**を考えよう。力学で重心といえばその 1 点に質量が集中している点のことだった。したがって分布荷重は中点 M に働く集中荷重に置き換えて考えることができる。いま，片持ちはりに均一に 20kN/m の荷重（等分布荷重）がかかっているとして，反力と応力を求めよう。

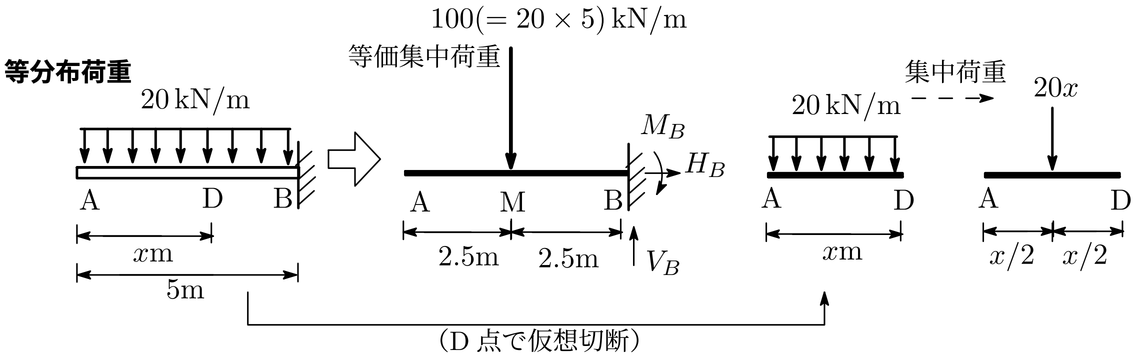


図 1.12: 片持ち梁と等分布荷重

（1）反力　反力を V_B, H_B, M_B とする。モーメントは B 点に関して考えると，力のつり合いの式は

$$\sum X = 0 + H_B = 0, \quad \sum Y = -100 + V_B = 0, \quad \sum M = -100 \times 2.5 + M_B = 0$$

となる。これから $H_B = 0$, $V_B = 100\,\mathrm{kN}$, $M_B = 250\,\mathrm{kNm}$ と求まる。

（2）断面力　断面力は先ほどの応力計算マニュアルを活かして

1）はりを A 点から任意の距離 x の点 D で切断し，

2）点 D の切断面に正の Q, M の矢印を描く。

3）長さが x のはり AD が受ける荷重は $20x$ で AD の中点に集中荷重として作用する。

4）力のつり合いの式より

$$\sum X = 0 + H = 0, \quad \sum Y = -20x - Q_x = 0, \quad \sum M = -20x \times (x/2) - M_x = 0$$
$$\therefore\ Q_x = -20x, \quad M_x = -10x^2 \qquad (0 \leqq x \leqq 5)$$

と求まる。

A 点での応力は $Q = 0$, $M = 0$，B 点では $Q = -100\,\mathrm{kN}$，$M = -250\,\mathrm{kNm}$ となる。Q 図，M 図は図に示す通りだ。

なお，ここで曲げモーメント M_x とせん断力 Q_x の間に成り立つ重要な関係式を紹介しておこう。

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x \tag{1.2}$$

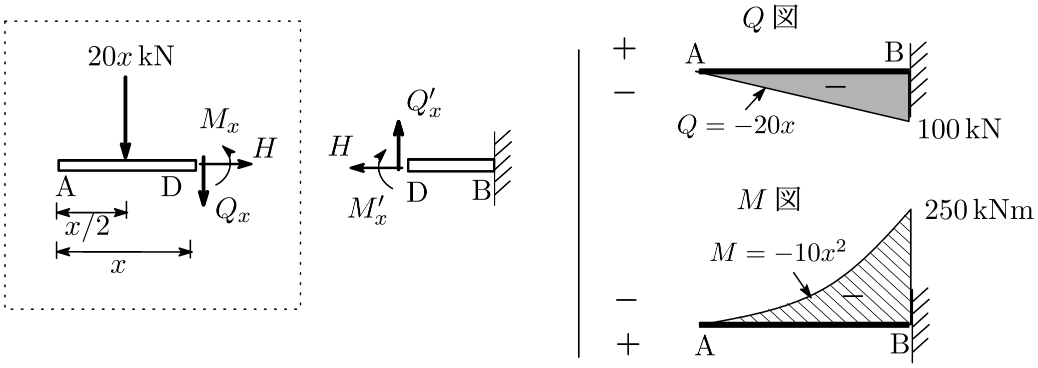


図 1.13: 片持ち梁・等分布荷重と断面力

これは有用な関係式で，断面力を計算する際のチェックに使えるし，なにより片方が分かればもう片方は即座に求められる。積分すれば

$$M_x = \int Q_x dx \tag{1.3}$$

で，Q 図から M 図を作図することができる。この詳しい話は第 2 話でやる予定（←お楽しみに）。なお，(1.2) の証明は第 1 話の最後でやろう。

B. 等分布部分荷重

- K 氏：それでは次の問題をやってみるかい。長さが 5m の片持ち梁があり自由端から 2m の幅で分布荷重 2kN/m が作用している。いわゆる等分布な部分荷重がかかっている場合で，反力と断面力を求めよという問題だ。

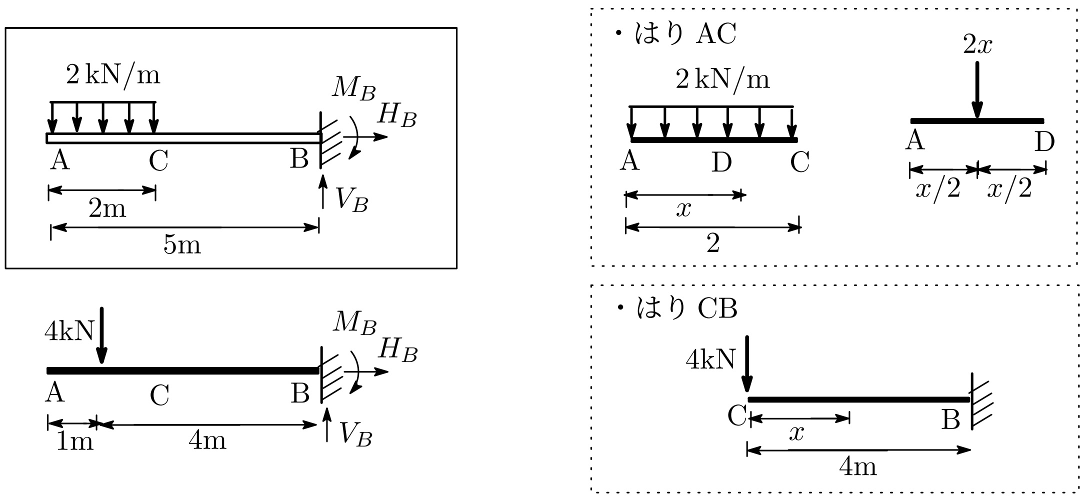


図 1.14: 片持ち梁・等分布部分荷重

- コニー：外力として鉛直力だけが作用しているので，力のつり合いの式を考える。反力のモーメント M_B は支点 B から 4m のところに集中荷重 4 kN かかっていると考えればいい。だからつり

合いの式は

$$\sum X = 0 + H_B = 0, \quad \sum Y = -2 \times 2 + V_B = 0, \quad \sum M = -4 \times 4 + M_B = 0$$

となり，これから $H_B = 0$，$V_B = 2 \times 2 = 4\text{kN}$，$M_B = 4 \times 4 = 16\text{kNm}$ と求められる。次に断面力だけど。。。

- K 氏：はりを C 点で切断して考えるんだ。
- コニー：え〜っと，そうすると，AC では先ほどの等分布荷重のケースの計算結果がそのまま使えるので，AC の任意の位置 $x(0 \leqq x \leqq 2)$ でのせん断力は $Q_x = -2x$，曲げモーメントは $M_x = -x^2$ となるわね。A 点 $(x = 0)$，C 点 $(x = 2)$ での断面力はしたがって A：$Q = 0, M = 0$，B：$Q = -4\text{kN}, M = -4\text{kNm}$。次にもう片方のはり $\text{CB}(2 \leqq x \leqq 5)$ に発生する断面力は，C 点に 4kN の外力が作用していると考えると，最初にやった計算結果が使えて $Q_x = -4\,\text{kN}, M_x = -4x\,\text{kNm}$。$Q$ 図，M 図は次のとおりね。

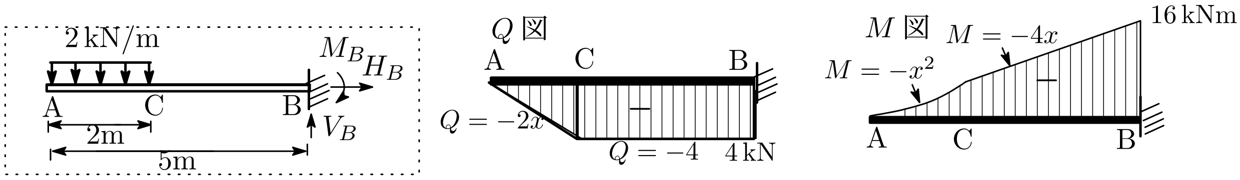


図 1.15: 片持ち梁・等分布部分荷重と Q 図・M 図

- K 氏：そうだね。それでは次に**等変分布荷重**が作用したケースを考えてみよう。

●等変分布荷重

- K 氏：等変分布荷重というのは，はりの上に均質な直角三角形の重りを載せたようなものだ。全長 6m の片持ちはり AB に $W = 6 \times 12 \times (1/2) = 36\,\text{kN}$ の全荷重が載っているとしよう。

  （1）反力　全荷重は直角三角形 ABC の重心に集中していると考えられるので，重心 G からはり AB に垂線をおろした交点 D に集中荷重 W が作用していることになる。したがって反力は力のつり合いの式

$$\sum X = 0 + H_B = 0, \quad \sum Y = -36 + V_B = 0, \quad \sum M = -36 \times 2 + M_B = 0$$

  より $H_B = 0, V_B = 36\,\text{kN}, M_B = 72\,\text{kNm}$ と求められる。断面力はどうなるかな，コニー計算してみるかい。

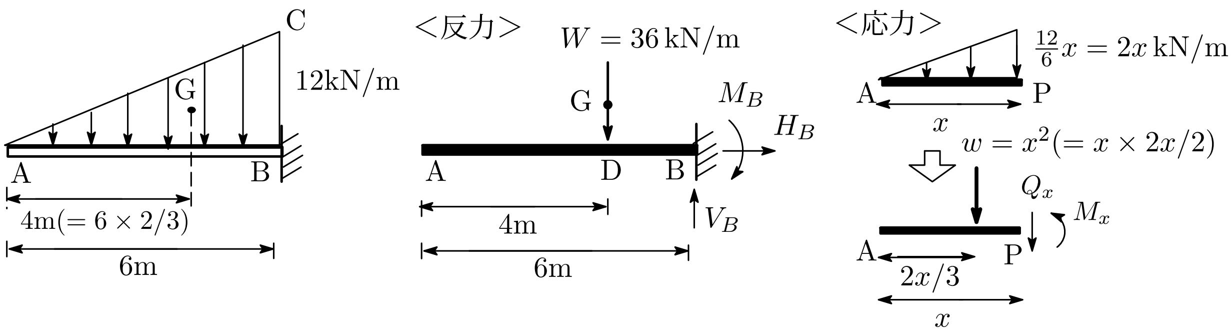


図 1.16: 片持ち梁・等変分布部分荷重

（2）断面力

- コニー：そうね。A 端から距離 x の位置 P での断面力を計算するわ。はり AP に載っている荷重を w とすると，$w = x \times 2x/2 = x^2$ となるわね。これは A 点から距離 $2x/3$ の位置に集中荷重として作用している。力のつり合いの式から，P 点でのせん断力を Q_x とすると

$$\sum Y = -w - Q_x = -x^2 - Q_x = 0, \qquad \therefore\ Q_x = -x^2 \quad (0 \leqq x \leqq 6)$$

曲げモーメントを M_x とすると，P 点に関するモーメントとのつり合いより

$$\sum M = -(x - 2x/3) \times w - M_x = 0, \qquad \therefore\ M_x = -x^3/3$$

Q 図，M 図は次の通りね。

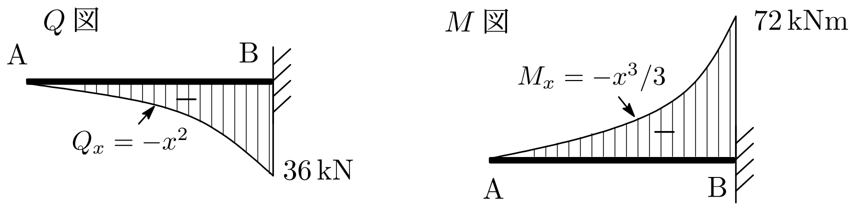


図 1.17: 片持ち梁・等変分布部分荷重の Q 図・M 図

- K 氏：OK。それじゃ第 1 話の最後にもう一つだけやっておこう。最初にやった集中荷重のケースをもう一度見直しておけばいいと思う。

●２点に荷重がかかるケース

- K 氏：はりの 2 点 A，C に 2 kN と 3 kN の荷重がかかっている場合の反力と断面力を求める。

（1）反力　これは容易に求められるね。反力を V_B, H_B, M_B とすると，力のつり合いの式

$$\sum X = 0 + H_B = 0, \quad \sum Y = -2 - 3 + V_B = 0, \sum M = (-2 \times 5) + (-3 \times 2.5) + M_B = 0$$

から $H_B = 0, V_B = 5\,\mathrm{kN}, M_B = 17.5\,\mathrm{kNm}$ となる。

（2）断面力　断面力を求めるには，はりを C 点で仮想的に切断し AC と CB に分けて考える。はり AC には A 点に 2kN の荷重がかかっている。せん断力は力のつり合いの式から

$$\sum Y = -2 - Q_x = 0, \qquad \therefore\ Q_x = -2 \qquad (0 \leqq x \leqq 2.5)$$

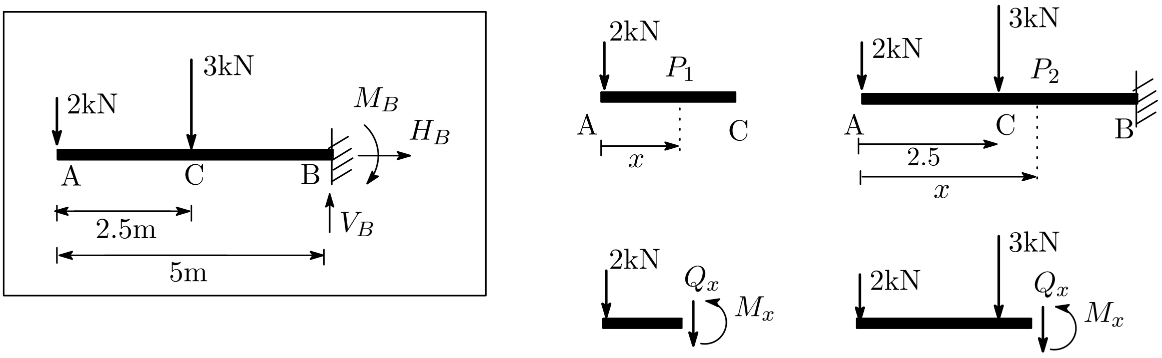


図 1.18: 片持ち梁・２点荷重

曲げモーメントは点 P_1 に関するモーメントのつり合いから

$$\sum M = -2 \times x - M_x = 0, \qquad \therefore\ M_x = -2x$$

A 点 $(x = 0)$ では $M = 0$，C 点 $(x = 2.5)$ では $M = -5$ となる。
次に CB 間の断面力は力のつり合いから

$$\sum Y = -2 - 3 - Q_x = 0, \qquad \therefore\ Q_x = -5 \qquad (2.5 \leqq x \leqq 5)$$

- コニー：B 点の固定端の反力 V_B とちょうどつりあっているね。
- K 氏：そうだね。次に曲げモーメントだが，点 P_2 に関するモーメントのつり合いから

$$\sum M = -x \times 2 - (x - 2.5) \times 3 - M_x = 0, \qquad \therefore\ M_x = -5x + 7.5 \qquad (2.5 \leqq x \leqq 5)$$

断面力分布図は

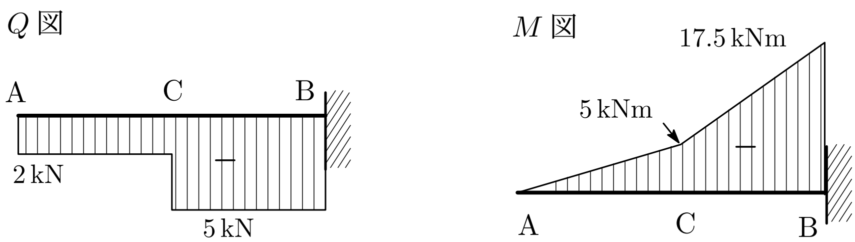


図 1.19: 片持ち梁・２点荷重の Q 図・M 図

以上で第１話を終わろうと思う。

- コニー：お疲れ様でした。ところで固定端 B 点を起点として断面力を求める場合，計算が少し面倒になるということだけど最後に復習をかねてやってみるわね。
（１）BC 間の任意の位置 $P_1 (0 \leqq x \leqq 2.5)$ で仮想切断し，せん断力と曲げモーメントを Q_x, M_x とする。力のつり合いから

$$\sum Y = Q_x + V_B = 0 \qquad \therefore\ Q_x = -5$$
$$\sum M = M_x + M_B - x \times V_B = 0 \qquad \therefore\ M_x = 5x - 17.5$$

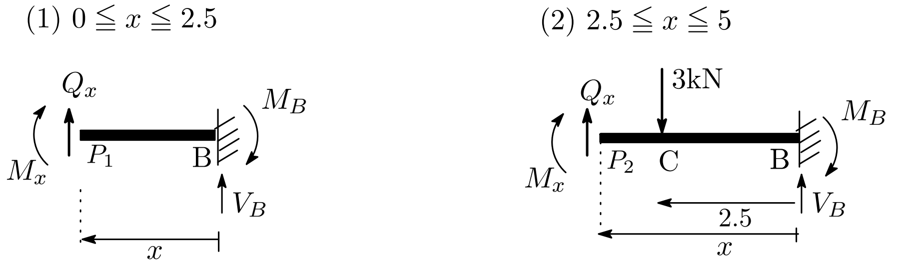


図 1.20: 固定端を起点とした場合

B 点 $(x=0)$ での曲げモーメントは $M=-17.5\,\mathrm{kNm}$ で，反力モーメントとつり合っている。（２）CA の任意の位置 P_2 で仮想切断し，せん断力と曲げモーメントを Q_x, M_x とする。力のつり合いから

$$\sum Y = -Q_x - 3 + V_B = 0 \qquad \therefore\ Q_x = -2 \quad (2.5 \leqq x \leqq 5)$$
$$\sum M = M_x + M_B + (x-2.5)\times 3 - x \times V_B = 0 \qquad \therefore\ M_x = 2x - 10$$

曲げモーメントは C 点 $(x=2.5)$ では $M=-5\,\mathrm{kNm}$，A 点 $(x=5)$ では $M=0\,\mathrm{kNm}$ となる。当たり前のことだけで，A 点側から計算したのと同じ結果を与えるわね。

- K 氏：そうだね。モーメントの計算が少し面倒になるだろう。x の起点が異なるから違う表式となっているけど，$x \to 5-x$ と置換していま得られた式に代入すると同じ表式となるね。 さて，第 2 話では単純ばりを取り上げよう。
- コニー：了解しました。第 2 話が楽しみね！

※おまけ：(1.2) **の証明：**任意の分布荷重 $w=f(x)$ を受けるはりにおいて，左端から x の距離にある長さ dx の部分を取りだすと，図 1.21 のように左右の切断面にそれぞれ Q_x, M_x と Q_x+dQ_x, M_x+dM_x の断面力が作用する。力のつり合いから

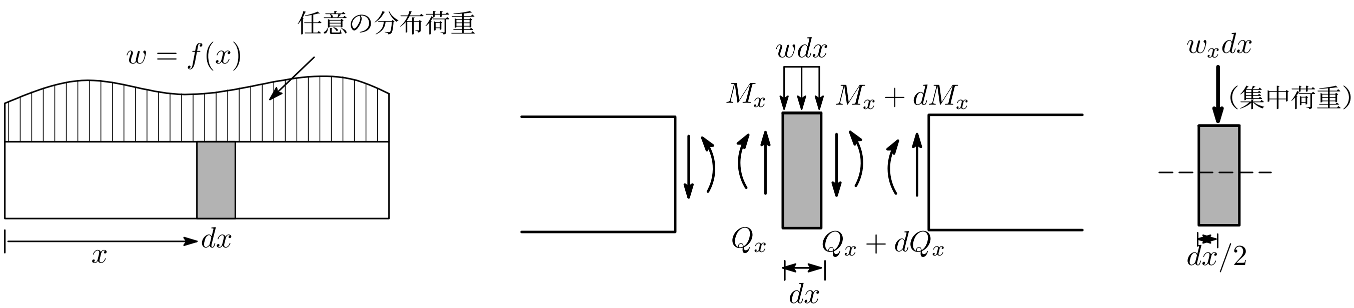


図 1.21: せん断力と曲げモーメントの関係

$$\sum Y = Q_x - (Q_x + dQ_x) - w_x dx = 0, \qquad \therefore\ \frac{dQ_x}{dx} = -w_x \tag{1.4}$$

を得る。せん断力を位置微分したものは荷重の符号を変えたものと等しい。また，モーメントのつり合いから

$$\sum M = M_x - (M_x + dM_x) + Q_x dx - (w_x dx)\frac{1}{2}dx = 0, \qquad \therefore\ \frac{dM_x}{dx} = Q_x \tag{1.5}$$

となる。ただし，2 次の無限小を無視した。(1.4) と (1.5) より

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x, \quad \frac{d^2M_x}{dx^2} = -w_x \ (< 0) \tag{1.6}$$

の関係式が得られる。一般に，関数 $y = f(x)$ において $f'(a) = 0$ であるとき、$f''(x) > 0$ なら $f(x)$ は $x = a$ で極小（最少），反対に $f''(x) < 0$ なら $f(x)$ は $x = a$ で極大（最大）となった。したがって，$Q_x = 0$ の断面で M_x は最大値をとることが分かる。//