第 4 話.　平面構造物のつり合い（4）

D. 静定トラス

●トラス構造とは

- K 氏：トラス構造というのは部材が三角形を単位とした骨組みで，部材と部材の節点（接合部）がすべてピン接合になっている。外力は節点のみに加わり，部材には**軸方向力**のみが働くという特長がある。つまり，せん断力と曲げモーメントは発生しないということだね。

  1) ピン接合節点では曲げモーメントはゼロ
  2) 部材の圧縮力と引張力で外力（荷重）を支えている
  3) 各接点に集まる力はつり合っている
  4) 通常トラスに下向きの外力がかかると、上弦材は圧縮力、下弦材は引張力になる

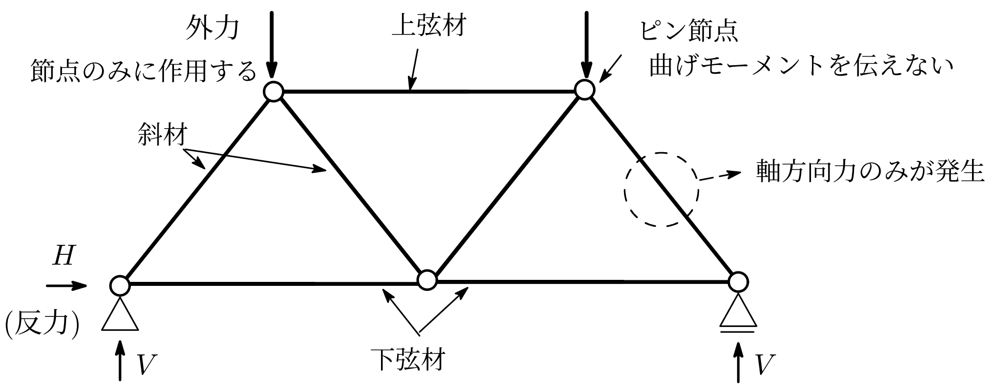


図 4.1: トラス構造

トラス構造には三角形の骨組みの構成方法によっていろいろな種類があり，代表的なものを下に示しておく。

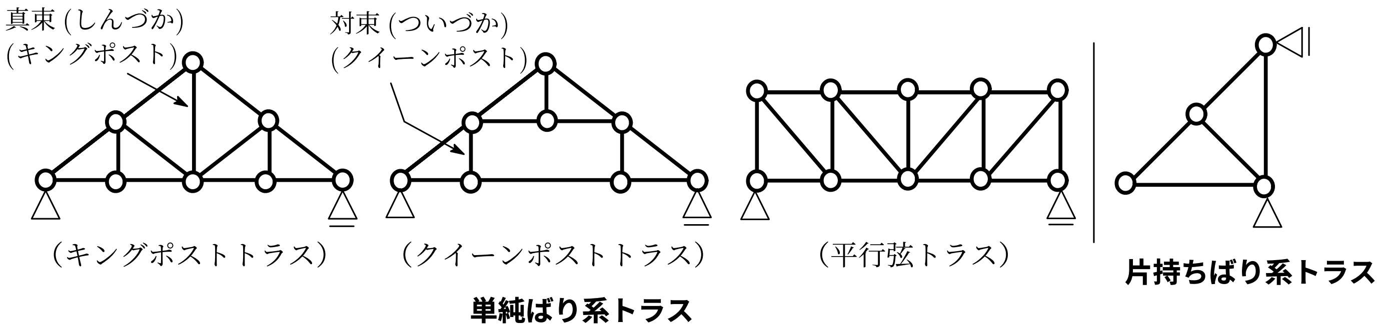


図 4.2: トラス構造の種類

- コニー：軸方向力は部材の断面に働く内力ね。内力は相対する断面に働く作用反作用の力なので，外力の働く方向と軸方向力の働く方向ついては注意が必要ね。
- K 氏：その通りだ。軸方向力は第 1 話で説明したように部材が引っ張られる場合が「正」，反対に圧縮される場合が「負」と決めたね。部材に引張りまたは圧縮の外力を加えた場合，内力がど

のように働くかは図 4.3 に示す通りだ。軸方向力が圧縮力となる場合は，部材内部から節点の方向に向かう方向が軸方向力の正の方向となる，一方，引張力となる場合は，節点から部材内部に向かう方向が正の方向となる。最初は混乱するかもしれないがそのうちに慣れてくると思う。

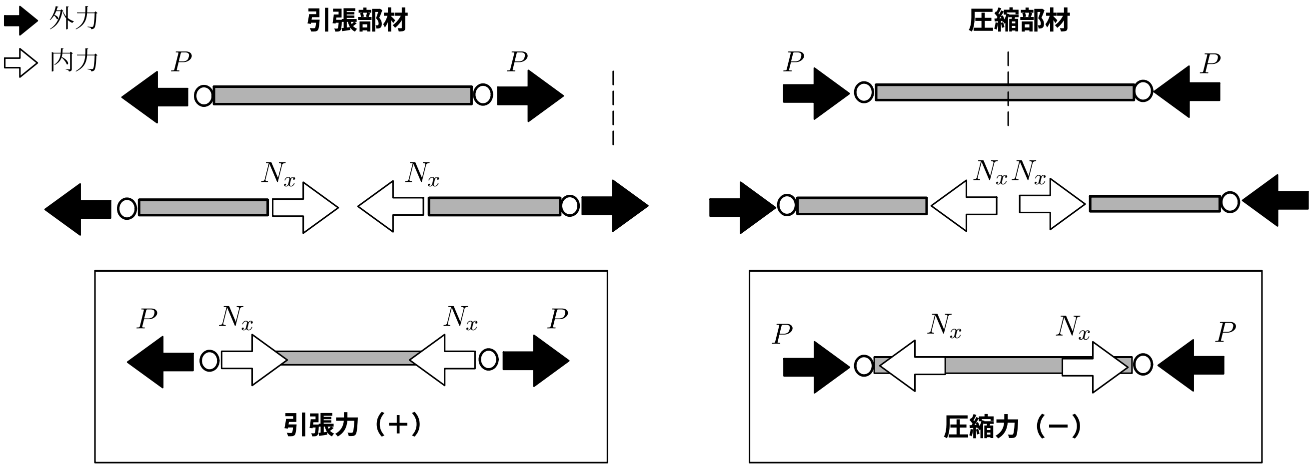


図 4.3: 軸方向力の正・負

さて，それでは具体的な計算に取りかかっていこう。

- コニー：よろしく。

●静定トラスの断面力を求める

- K 氏：静定トラスの断面力を求める主な方法には**「節点法」**と**「切断法」**がある。
  - **節点法：** 各節点ごとに，その点に作用する力のつり合い条件式を立て軸応力を求めていく方法。全体の複数部材の断面力を求める場合によく使われる。
  - **切断法：** 単純ばりの場合と同様に，求める点でトラスを切断し片側で計算する方法。ある特定の部材に働く軸応力を求める場合によく使われる。

ます，節点法からみていこう。

D－1. 節点法

- K 氏：次の単純なトラスを取り上げる。

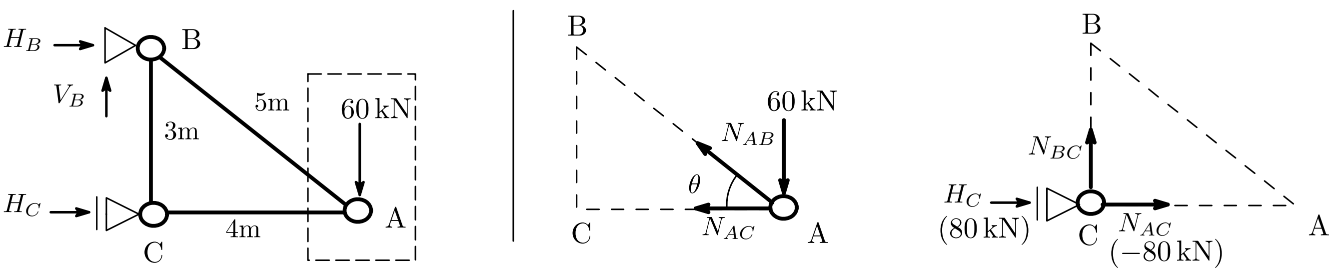


図 4.4: 3 部材で構成されたトラス

●反力：まず反力を求めよう。力のつり合いから

$$\sum X = H_B + H_C = 0 \qquad \therefore\ H_B = -H_C$$
$$\sum Y = V_B - 60 = 0 \qquad \therefore\ V_B = 60$$
$$\sum M = 4 \times 60 - 3 \times H_C = 0 \qquad \therefore\ H_C = 80$$

反力 H_B は H_C と大きさが同じで向きは反対であることが分かる。

●軸方向力：節点 A からの軸方向力を節点からでる方向に描き N_{AB}, N_{AC} とする。節点 A での力のつり合いの式から

$$\sum X = H_B + H_C = -N_{AC} - N_{AB}\cos\theta = 0 \qquad \therefore\ N_{AC} = -(4/5)N_{AB}$$
$$\sum Y = N_{AB}\sin\theta - 60 = 0 \qquad \therefore\ N_{AB} = 100, \quad N_{AC} = -80$$

N_{AB} の符号は正なので部材 AB は**引張材**，一方，N_{AC} の符号はマイナスなので部材 AC は**圧縮材**となる。次に節点 C について考える。節点 C には反力 $H_C = 80\,\mathrm{kN}$ と軸方向力 N_{BC}, N_{AC} がかかっている。これらの力をすべて書き込むが，数値が分かっているものは数値で書く。力のつり合いの式より

$$\sum X = H_C + N_{AC} = 80 - 80 = 0, \qquad \sum Y = N_{BC} = 0$$

となるので，部材 BC の軸方向力 N_{BC} は 0 となる。

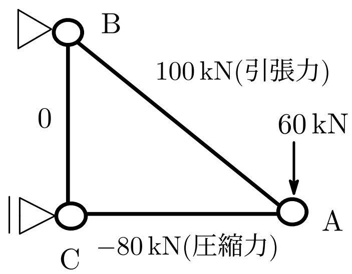


図 4.5: 節点法で求めた 3 部材の軸方向力

- コニー：なるほど。たしかに A 点に荷重がかかれば部材 AB には引っ張られるし，部材 AC は圧縮されることは経験的にもわかるわね。ところで，トラス構造では「**各節点に集まる力はつり合っている**」ことだったわね。節点 A のまわりの力のベクトルを向きに注意して書くと図 4.6 のようになるわ。

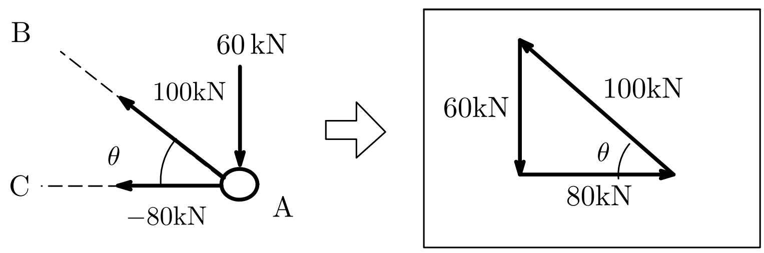


図 4.6: 示力図

- K 氏：そうだね，**節点にかかる力がつり合うとき力の矢印は一周する**。力のベクトルの始点と終点をつなぎ合わせた図を**示力図**（force diagram）というけど，示力図が閉じるというのが力のつり合いの一つの条件となるんだね。この性質を利用して軸方向力を求めることもできるんだ。この方法は**図解法**と呼ばれる。一方，先ほど計算したやり方は**数式解法**と呼ばれるね。
- コニー：そうなんだ。図解法で適当な問題はない？
- K 氏：それじゃ次のトラスの生じる軸方向力を図解法で求めていこう。

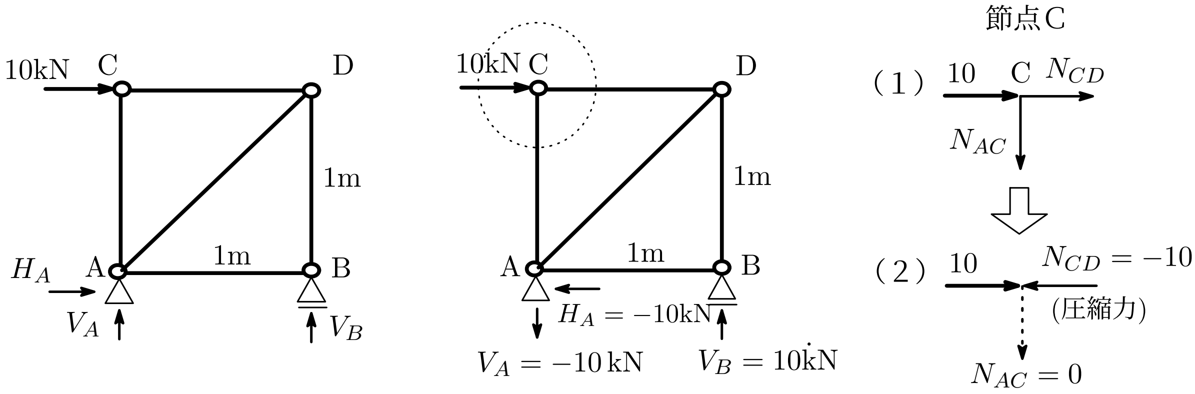
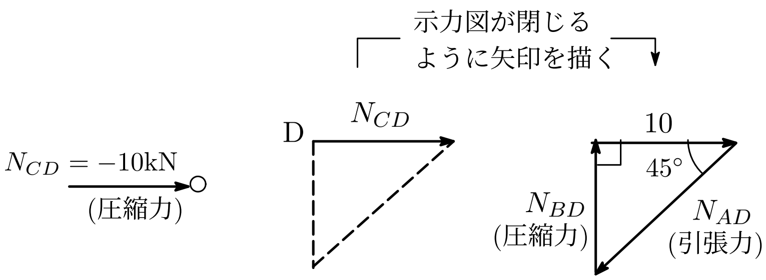


図 4.7: 図解法

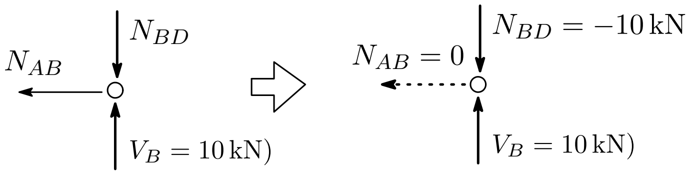
まず反力を求めておく。反力の矢印を図 4.7 のように書き込んでおくと，力のつり合いより

$$\sum X = H_A + 10 = 0 \qquad \therefore\ H_A = -10$$
$$\sum Y = V_A + V_B = 0 \qquad \therefore\ V_A = -V_B$$
$$\sum M = 1\times 10 - 1\times V_B = 0 \qquad \therefore\ V_B = 10,\quad V_A = -10$$

次に，未知の軸応力が 2 以下の節点を見つけてそこから解いていく。C 点から考える。引張力は節点から離れていく方向が正なので（1）に示すように力の矢印を設定すと，この示力図が閉じるには $N_{CD}=-10$, $N_{AC}=0$ でなければならないね。部材 CD は圧縮材となる。
次に節点 D を考える。節点 D には N_{CD} の圧縮力と未知の N_{BD}，N_{AC} の軸方向向力が働いている。既知の N_{CD} をベースに矢印が 1 周するように N_{AD}, N_{BD} の方向を定め，その長さを求める。そ



の結果，力の大きさは $N_{BD}=10\,$kN，$N_{AD}=10\sqrt{2}\,$kN と求まるが，矢印の向きから N_{BD} は圧縮力，N_{AD} は引張力となることが分かる。それでは節点 B はどうなるかな？
- コニー：節点 B には反力 $V_B=10\,$kN と先ほど求めた $N_{BD}=10\,$kN の圧縮力と未知の軸方向向力 N_{AB} が働いているわ。示力図を描くと



となって，$N_{AB} = 0$ となるわね。部材 AB には軸方向力が働かないということね。

- K 氏：そうだね。このトラス構造の軸方向力をまとめると図 4.8 となる。

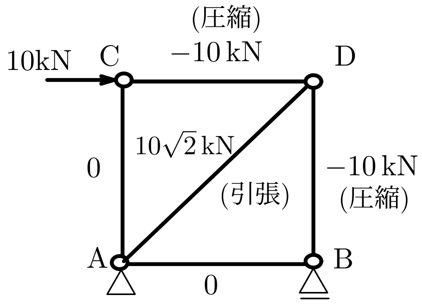
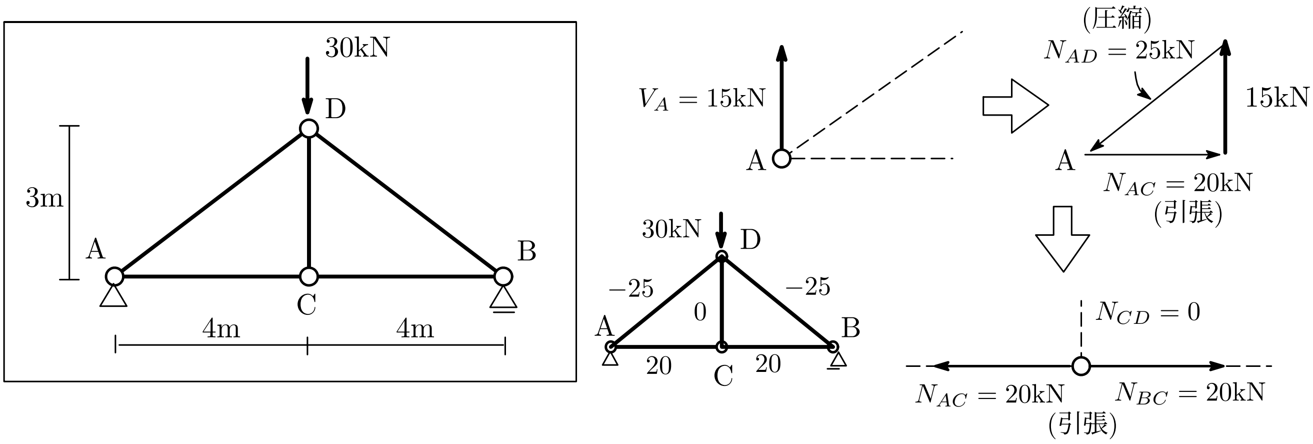


図 4.8: すべての軸方向力

それでは次のトラス部材に生じる軸方向力をすべて求めてごらん。



- コニー：了解。対称性から節点 A，B の反力は $30 \div 2 = 15$kN となるわね。節点 A に注目して閉じた示力図を描くと $N_{AC} = 20\,$KN，$N_{AD} = 25\,$kN と得られる。N_{AC} の矢印の向きは節点 A から離れる方向なので引張力，一方 N_{AD} の矢印は節点に向かう方向なので圧縮力となる。N_{AC} が得られたので節点 C での閉じた示力図を描くと $N_{CD} = 0$, $N_{BC} = 20$kN と得られ，これは引張力となる。
- K 氏：そうだね。ところで部材 CD の軸方向力が 0 というのは意外な感じがしないかい。ワタシャ最初は面食らったね。節点 D にかかる荷重は部材 AD と BD に分散されるというか，そのようなイメージだね。D が回転自由なピン節点でなかったらこうはいかない。接合がピン節点からなるトラス構造の特徴なんだね。
  ところでトラスで軸方向力が 0 となる部材を**ゼロ部材**とか**ゼロメンバー**と呼んでいる。ゼロ部材は節点での力のつり合いには関係しないから，ゼロ部材を除く部材で力のつり合いがとれていることになる。

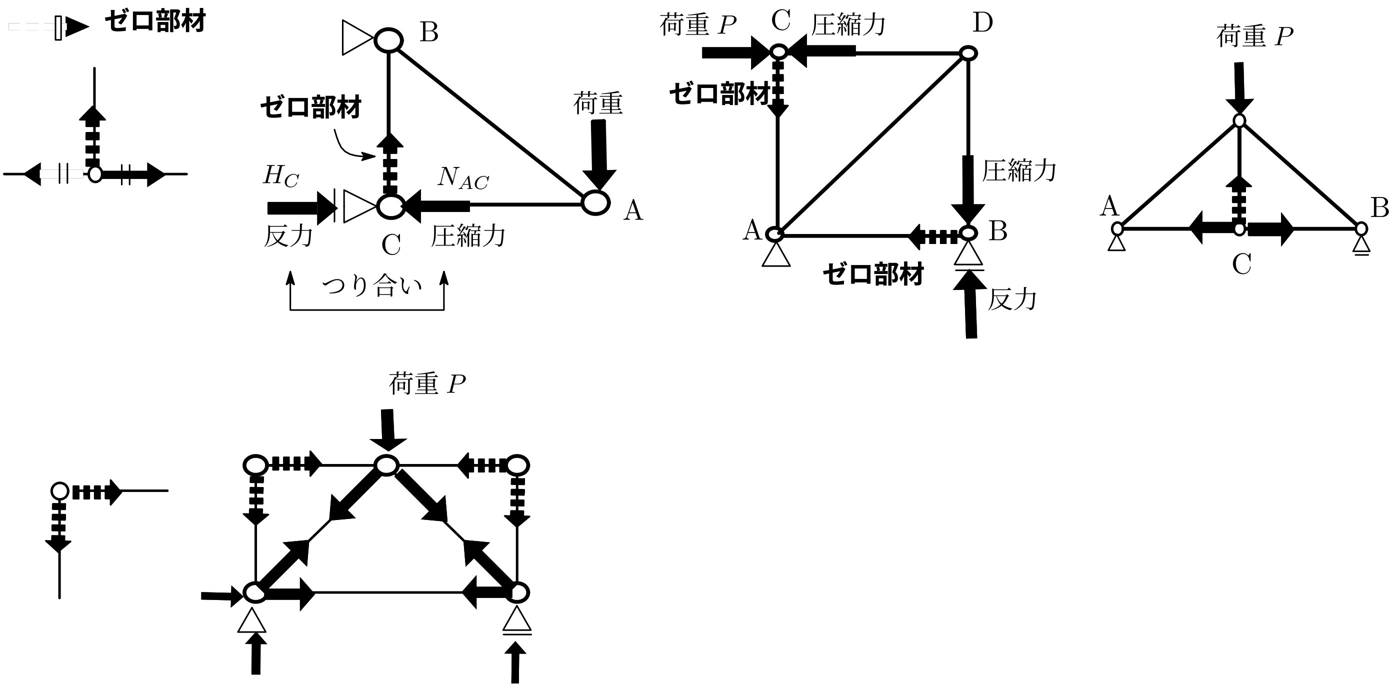


図 4.9: ゼロ部材

D－2. 切断法

- K 氏：次に切断法の説明だ。 切断法は次の 3 つのステップを踏む。
  1) 軸方向力を求めようとする部材のある箇所で切断する。ただし，切断する部材の数は 3 つ以下とする。
  2) 切断した部材の軸方向力 N_1, N_2, N_3 を設定する。
  3) 力のつり合いの式を立て，これを解いて軸方向力を求める。
- コニー：ステップ 1．の切断する部材の数が 3 つ以下というのは，部材の軸方向力がすべて未知の場合ね。軸方向力が分かっている部材を含めれば切断する部材が 4 つでもいいわけね。
- K 氏：うん，要するに力のつり合いの式は 3 元連立方程式だから，未知数が 3 個以上では解けなくなるということだね。さて，次のトラス構造を考えよう。

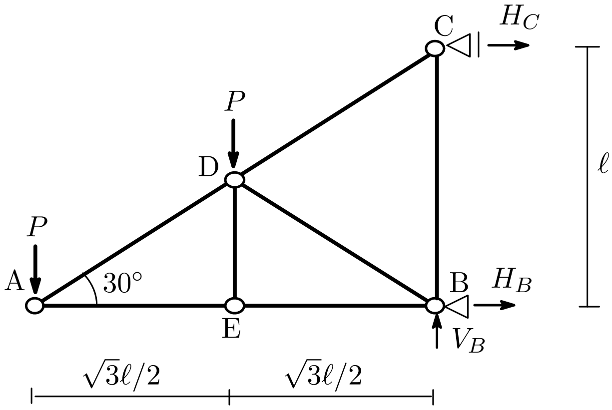


図 4.10: 静定トラス

まず。反力を求めておこう。力のつり合いより

$$\sum X = H_B + H_C = 0 \qquad \therefore\ H_B = -H_C$$
$$\sum Y = V_B - 2P = 0 \qquad \therefore\ V_B = 2P$$
$$\sum M_B = -\sqrt{3}\ell \times P - \frac{\sqrt{3}\ell}{2} \times P + \ell \times H_C = 0 \qquad \therefore\ H_C = \frac{3\sqrt{3}}{2}P, \quad H_B = -\frac{3\sqrt{3}}{2}P$$

M_B は B 点回りのモーメント。次に（１）の切断面について考える。 部材 DE の軸方向力は 0 だね。各部材の断面に軸方向力 N_1, N_2, N_3 を図のように仮定する。力のつり合いより

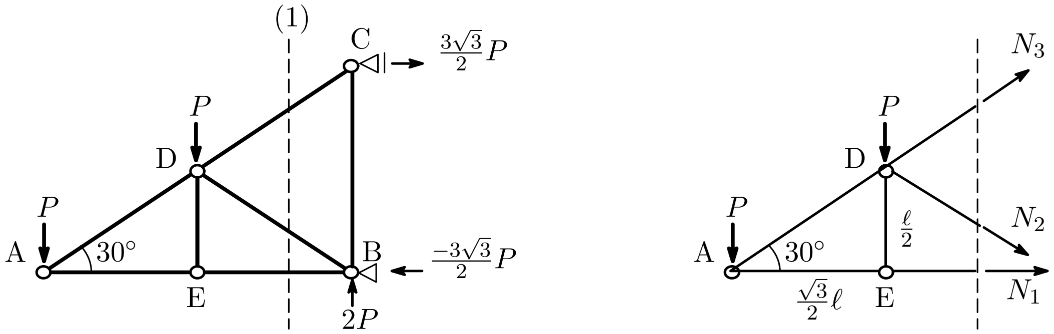


図 4.11: 切断法（１）

$$\sum X = N_1 + N_2 \cos 30^\circ + N_3 \cos 30^\circ = N_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}N_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}N_3 = 0$$
$$\sum Y = -N_2 \sin 30^\circ + N_3 \sin 30^\circ - 2P = -\frac{1}{2}N_2 + \frac{1}{2}N_3 - 2P = 0$$
$$\sum M_D = -\frac{\sqrt{3}\ell}{2} \times P - \frac{\ell}{2} \times N_1 = 0$$

これから

$$N_1 = -\sqrt{3}P\ (\text{圧縮}), \quad N_2 = -P\ (\text{圧縮}), \quad N_3 = 3P\ (\text{引張}) \tag{4.1}$$

と求められる。同様にして（２）で切断すると

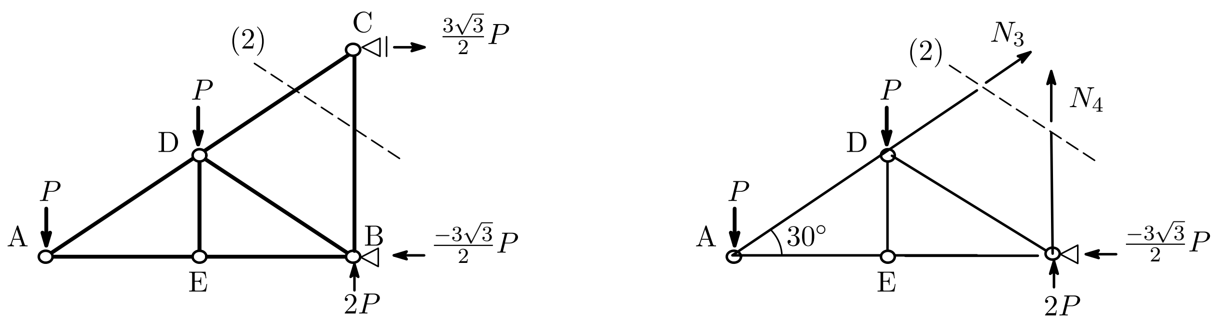


図 4.12: 切断法（２）

$$\sum Y = N_4 + N_3 \sin 30^\circ - 2P + 2P = N_4 + N_3 \sin 30^\circ = 0 \qquad \therefore\ N_4 = -\frac{3}{2}P\ (\text{圧縮})$$

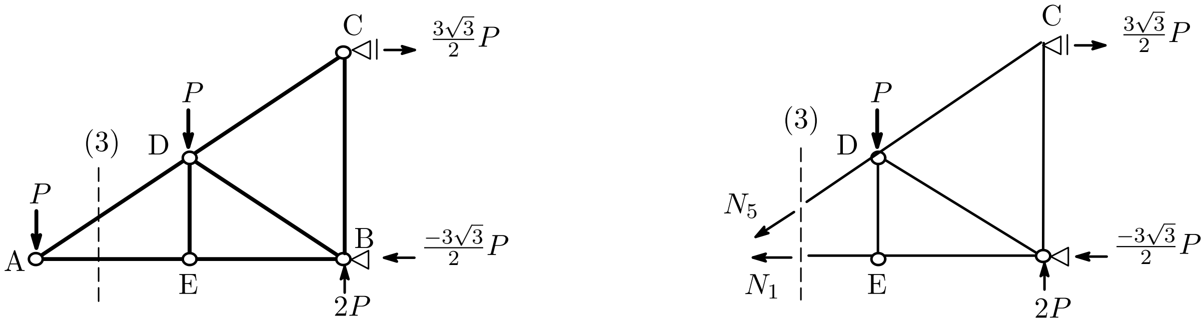


図 4.13: 切断法（3）

次に（3）で切断して

$$\sum X = -N_1 - N_5 \cos 30^\circ = \sqrt{3}P - \frac{\sqrt{3}}{2}N_5 = 0 \qquad \therefore\ N_5 = 2P\ (引張)$$

ということでこのトラス構造の軸方向向力は次のようになる。

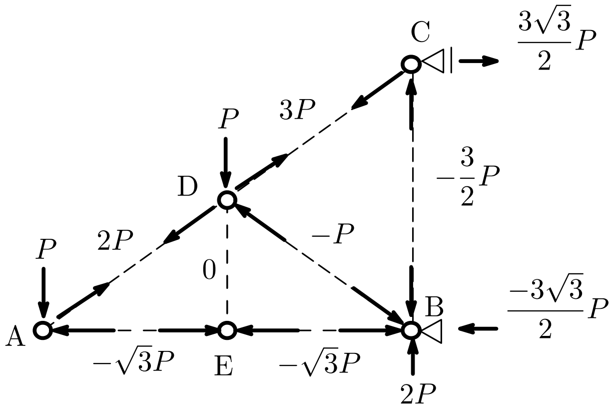


図 4.14: トラス構造の軸方向向力

- コニー：トラス構造に組まれた各部材の圧縮あるいは引張の軸方向向力を眺めていると力の伝わり方みたいなものが見えてきて面白いわね。たしかに A から E の各ピン節点では力のつり合いがとれているわね。
- K 氏：以上，第 1 話から第 4 話にかけて「平面構造物のつり合い」というテーマで梁やラーメン，トラス構造の反力や断面力の求め方を話してきた。第 5 話からは部材の断面に焦点を当てていろいろ話をしていこうと思う。まだそのシナリオは決まっていないけどね。決まり次第また連絡するから，楽しみに待っていてね。
- コニー：大変お疲れさまでした。面白かったわ。力のつり合いの式だけでこれだけのことが分かるという，目からウロコの思いで拝聴していたわ。第 5 話の連絡は気長に待つことにするわね。それじゃ今日はこの辺りで失礼します。
- K 氏：さようなら，気をつけて帰ってね。