

- K氏：やぁ～，こんにちはコニー。秋もいよいよという感じだが，天高く馬肥ゆる秋ともいうように食欲も増進してくるね。
- コニー：こんにちは，Kさん。今年は秋刀魚が高そうね。炭火で焼いた秋刀魚にお醤油をかけると絶品だけどお口に入る機会が減るかもしれないわ。ところで今日は構造物の安定・不安定というお題でお話を聞けるということで，楽しみにしているの。
- K氏：あまり大した話はできないけど，第1話から第4話は梁やラーメン，トラスなどの反力や断面力の計算が中心だったね。断面力という割には具体的に広がりのある断面を考えない，いわば厚みのない理想化（単純化）した部材を考えていたわけだね。そこで一歩進めて具体的に断面を考えて断面力のことを詳しく議論していくのが次の話の流れと思うけど，ちょっと一服して，第1話で安定構造物は静定構造物（Statically determinate structure）と不静定構造物（Statically indeterminate structure）に分類されるといった話をしたよね，今日はそのあたりの話をしようと思うんだ。復習になるけど静定構造物は外力の作用によって生じる反力が3つの構造物，つまり3元連立方程式である力のつり合いの式

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum M_i = 0 \quad (5.1)$$

だけで反力が求められる構造物の中で，一方，不静定構造物は(5.1)の式だけでは解けない構造物のことだった。3つ以上の支点反力は同時に求めることができないからね。安定のために必要な数以上の余分な反力あるいは部材が存在している構造物だね。

- コニー：そうだったわね。ところで，安定，不安定という観点からいえば，安定構造物は外力の作用で移動も回転もしない構造物，不安定構造物は外力の作用で簡単に形を崩したり移動したりする構造物で，例えば不安定構造物としては次のようなものが考えられるわね。

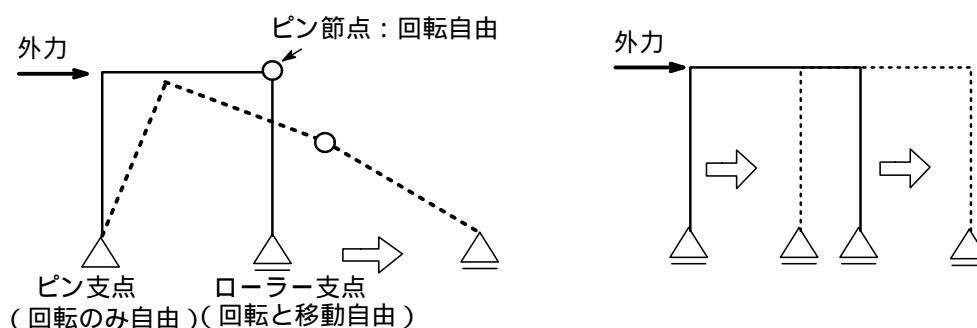


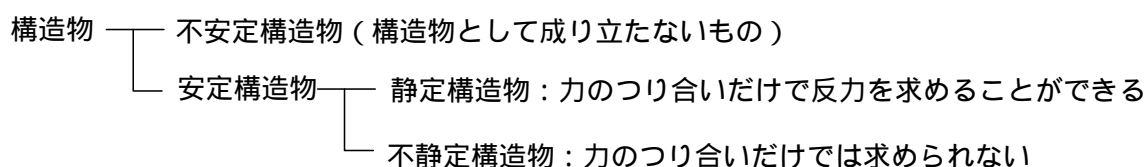
図 5.1: 不安定構造物

- K氏：そうだね。さて，構造物はいまコニーがあげた不安定構造物と安定構造物があるわけだけど，この種類を判別できる判別式というものがあるんだ。今日のお話はこの辺りのお話をしていこうと思う。
- コニー：不安定構造物か安定構造物か，安定構造物でも静定構造物か不静定構造物かが判別式でわかるというわけね。

- K氏：そうなんだ。それではさっそく話を進めていこう。

構造物の不静定次数

- K氏：構造物は安定・不安定，静定・不静定に分類できる。



判別式

構造物に次の判別式 を適用すればどのような構造物かを判定できる。 m を不静定次数という。

$$\text{判別式} \quad m = s + n + r - 2k \quad \left\{ \begin{array}{ll} s: \text{部材数} & r: \text{剛接合部材数} \\ n: \text{反力の数} & k: \text{節点数} \end{array} \right. \quad (5.2)$$

$m = 0$: 安定・静定 $m > 0$: 安定・不静定 $m < 0$: 不安定

- コニー：静定構造物はつり合い条件だけで反力や断面力を求めることができたけど，不静定構造物はつり合い条件だけでは求まることができない，つまり静定でないということから不静定構造物というワケね。ところで不静定次数を一言でいえばどういうこと。
- K氏：そうだね，不静定構造物の反力や断面力を求める際，力のつり合いの式だけでは間に合わずいくつかの条件式が必要になる。その条件の数を不静定次数というね。 $m = 1$ は1次不静定， $m = 2$ は2次不静定，等々という。
- コニー：具体的にどういうモノが考えられるかしら。
- K氏：例えば図 5.2 の単純ばりのケースを考えてみよう。力のつり合いの式は水平，鉛直，回転の3つだね。(1)の単純ばりの場合，反力は4つ存在するし(2)の場合は5つ存在するね。それぞれのケースの反力を求めるには(1)は条件式が1つ不足し(2)は2つ不足することになる。不足する条件式を考えなければ問題は解けないだろう。

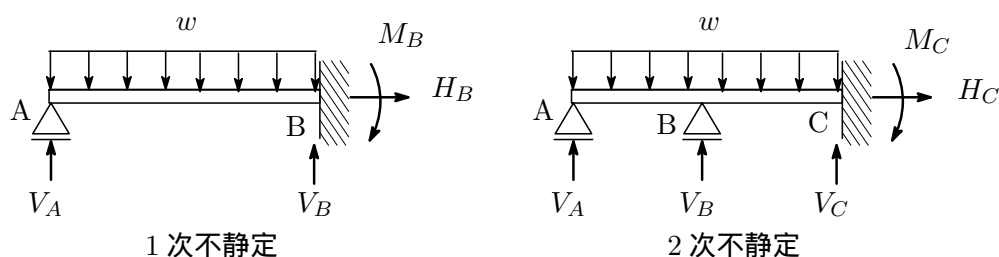


図 5.2: 不静定次数

- コニー：なるほど，よくわかったわ。

- K氏：ついでに，上の判別式での数の数え方についてちょっとした注意が必要なのでそれを補足しておこう。部材数(s)はそれぞれの支点および節点(自由端を含む)間ならびに支点と節点との間の部材を1部材と数える。剛接合部材数(r)は1つの部材に注目してその部材に剛接合でつながっている他の部材の数，あるいは剛接合された部材の数から1を差し引いた数でもよい。節点数 k は自由端を含む節点の数。これらは口で説明するより図を見た方が早いと思うので図5.3を参照して頂戴。

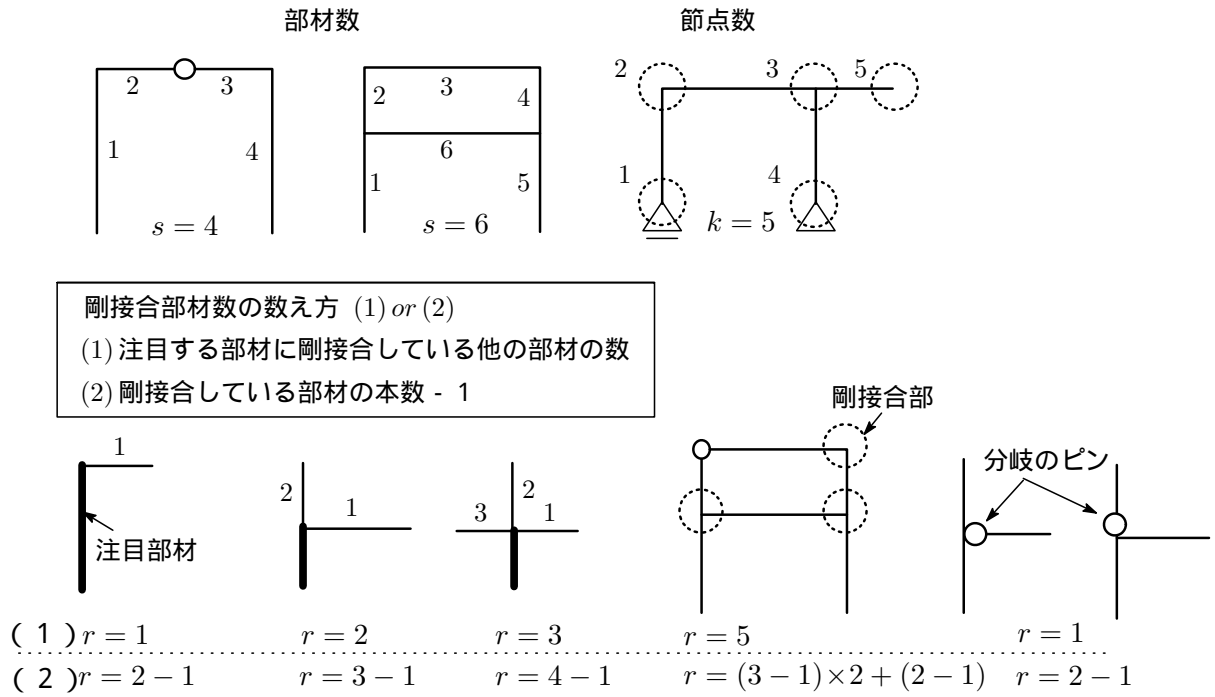


図 5.3: 部材数，節点数，剛接合部材数の数え方

それではさっそく判別式 を使って (1) から (10) までの構造物を判定してみよう。コニーやってみるかい。

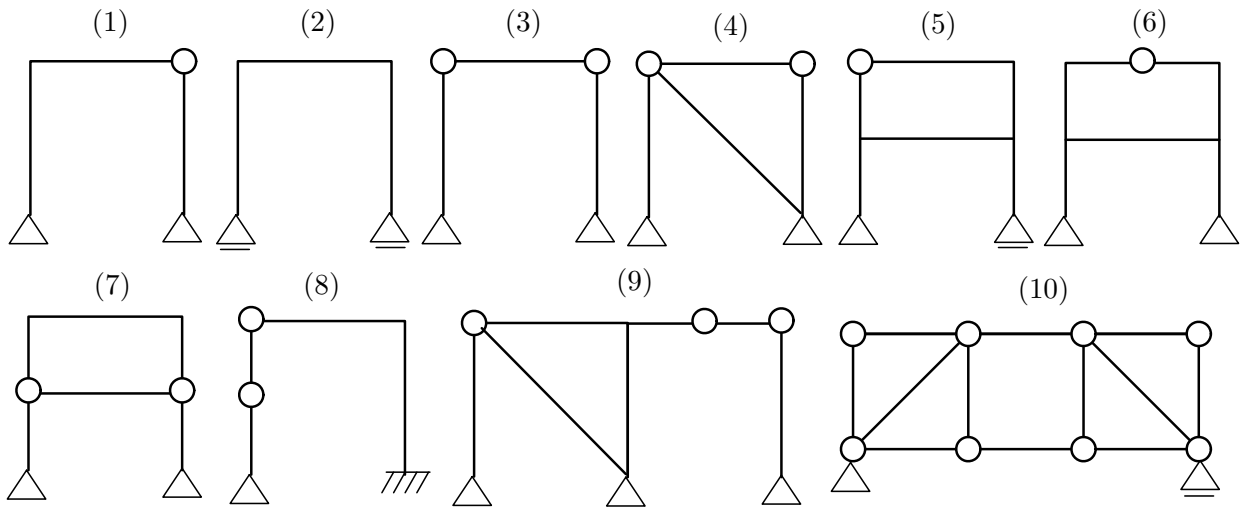


図 5.4: 構造物の判定

• コーナー：了解。

(1) $s = 3, n = 2 + 1 = 3, r = 1, k = 4$ で $m = -1$ となるので不安定構造物ね。

(2) $s = 3, n = 1 + 1 = 2, r = 2, k = 4$ で $m = -1$ となり不安定構造物。

(3) $s = 3, n = 2 \times 2 = 4, r = 0, k = 4$ で $m = -1$ となり不安定構造物。

(4) (1) に筋交いが一本入っているわね。 $s = 4, n = 2 \times 2 = 4, r = 0, k = 4$ で $m = 0$ となり安定構造物となる。

(5) 剛接合部材数に注意が必要だわね。この場合, $r = 5$ となり, $s = 6, n = 2 + 1 = 3, k = 6$ で $m = 2$ となるので 2 次不静定構造物。

(6) $s = 7, n = 2 \times 2 = 4, r = 6, k = 7$ で $m = 3$ となり 3 次不静定構造物。

(7) $s = 6, n = 2 \times 2 = 4, r = 2, k = 6$ で $m = 0$ となり安定構造物。

(8) $s = 4, n = 2 + 3 = 5, r = 1, k = 5$ で $m = 0$ となり安定構造物。

(9) $s = 7, n = 2 \times 2 + 1 = 5, r = 2, k = 7$ で $m = 0$ となり安定構造物。

(10) $s = 12, n = 2 + 1 = 3, r = 0, k = 8$ で $m = -1$ となり不安定構造物。

• K 氏：OK。判別式 もあるんだ。判別式 も も同じことをいっているが、視点が異なっているだけだわ。それでは判別式 を紹介しておこう。

判別式

$$\text{判別式} \quad m = n + j - 3s \quad \left\{ \begin{array}{l} n: \text{支点反力の数(拘束度)} \\ j: \text{接点拘束度} \\ s: \text{部材数} \end{array} \right. \quad (5.3)$$

$$m = 0: \text{安定・静定} \quad m > 0: \text{安定・不静定} \quad m < 0: \text{不安定}$$

部材 1 本に対して力のつり合い条件は 3 個なので部材 s 本では $3s$ 個となるわね。 $n + j$ はこれから求めようとする未知数の数。したがって、その差は力のつり合い条件だけでは解けない未知数の数になるので、不静定次数 m となるだろう。表 1 に支点、接合点における拘束度の数を示しておく。なお、 S は節点に集まる部材の本数を表す。

表 1: 支点・接合点における拘束度

支点	拘束度 (n)	接合点	拘束度 (j)
固定支点	$n = 3$	剛接合	$j = 3(S - 1)$
ピン支点	$n = 2$	ピン接合	$j = 2(S - 1)$
ローラー支点	$n = 1$		

n や j の数の数え方は図 5.5 を参照してほしい。

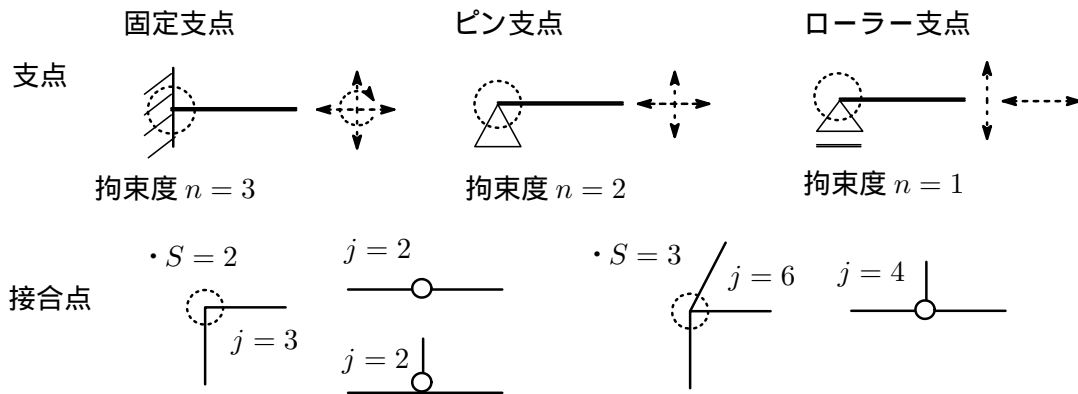


図 5.5: 支点・節点の種類と拘束度

ということで判別式 を使った判定をしてみよう。先ほどの (3) と (6) の構造物はどうなるかな？

- コニー：きゅうに振ってくるのネ！ いいわ，まず (3) ね。2 つの支点はピン節点なので拘束度は $n = 2 \times 2 = 4$ 。次に節点拘束度はピン節点ばかりなので $j = 2(2 - 1) \times 2 = 4$ 。部材の数は $s = 3$ となるので $m = n + j - 3s = 1$ となって 1 次の不静定構造物。次に (6) のケースは $n = 4$, $j = 6 + 3 + 2 + 3 + 6 = 20$, $s = 7$ より $m = 3$ となって 3 次の不静定構造物となるわね。
- K 氏：判別式 を適用した例として次の構造物をあげておく。

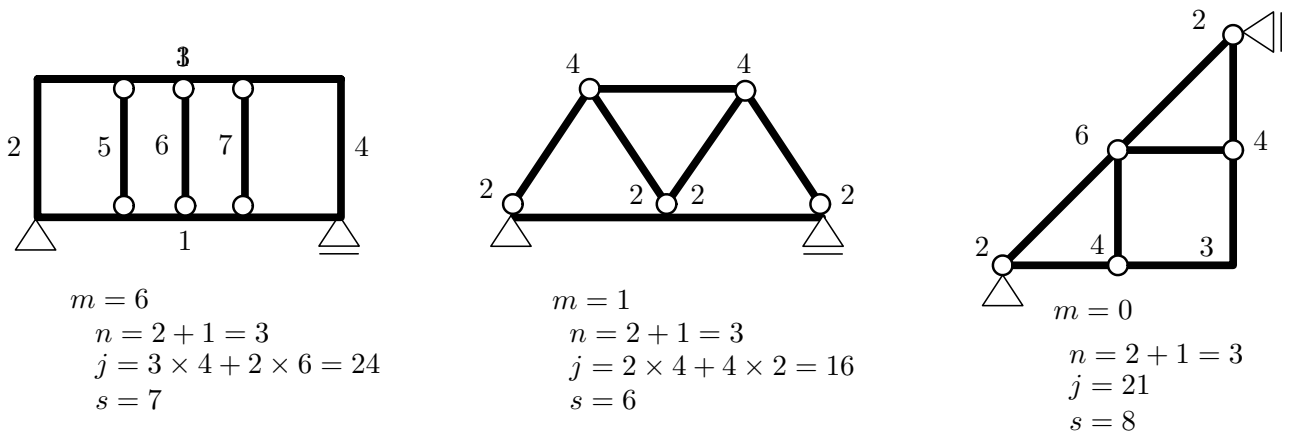


図 5.6: 判別式

それでは次の構造物を判別式 を使って判定すればどうなるかな，コニーやっでご覧。

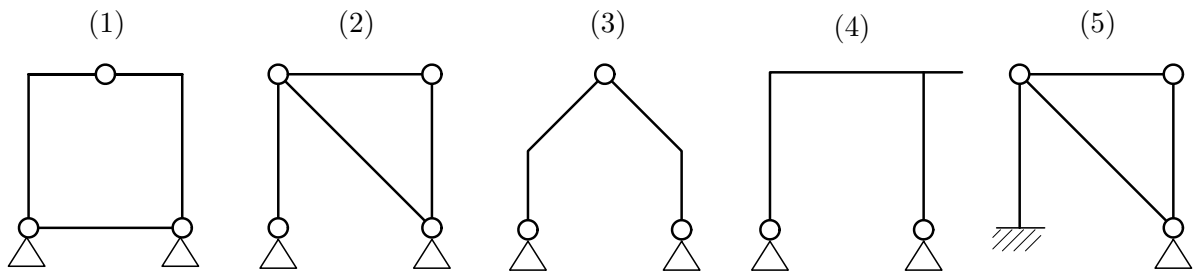


図 5.7: 判別式 の問題

- コニー：了解。結果をまとめると次の表のようになるわ。

	n	j	s	m	判定
(1)	3	12	5	0	安定
(2)	3	8	4	-1	不安定
(3)	3	8	4	-1	不安定
(4)	3	9	4	0	安定
(5)	4	6	3	1	1次不静定

- K氏：OK。それではここらあたりで第5話を終わろう。お疲れ様でした。
- コニー：ありがとうございました。第6話の話題が楽しみだわ。それではまたお邪魔します～。