

- K氏：やあ～，コニー。秋もいよいよこれからといった今日この頃だけど，元気そうだね。
- コニー：こんにちは，Kさん。おかげさまで食欲だけは旺盛よ。太らないように気をつけてはいるけどね。ところで第7話は微分方程式を解いてたわみを求めようというお話だったわね。
- K氏：そうなんだ。第6話では仮想仕事法を使ってたわみを求めたが，第7話では微分方程式を適切な境界条件のもとで解いてたわみ曲線を求めようという話なんだ。それでははじめよう。

## はりの変形

たわみ曲線の微分方程式による解法（弾性曲線法）

- K氏：曲率半径  $\rho$  の逆数  $1/\rho$  を曲率といった。平面関数  $y(x)$  の曲率は

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} \quad (7.1)$$

で定義される。詳しいことが知りたければHPの数学のコーナーの「曲線と曲面」のレポートなどを参照すればいいだろう。関数  $y(x)$  は撓んだはりの曲線を表している。いま，たわみが微小であるとすると  $y' \ll 1$  となるので，(7.1)の分母は  $(1+y'^2)^{2/3} \doteq 1$  とおけば，(7.1)は

$$\frac{1}{\rho} \doteq \frac{d^2y}{dx^2}$$

となる。ところで曲率  $1/\rho$  と曲げモーメント  $M$  の関係式 (6.5) より  $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$  だから

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (7.2)$$

となる。これがたわみ曲線を表す微分方程式となるのだが，曲げモーメント  $M$  の正負を定義していたので次のような事情から符号を調整する必要があるんだ。2次導関数  $y''(x)$  の正負は曲線の凹凸を表し，下に凸の曲線なら  $y''(x) > 0$ ，上に凸の曲線なら  $y''(x) < 0$  であった。ここで構造力学の一般のテキストと歩調を合わせるために  $y$  軸の正の方向を鉛直下方にとることにする。そうすると曲線の凹凸と曲げモーメントによるたわみの凹凸の関係は図 7.1 のようになるだろう。

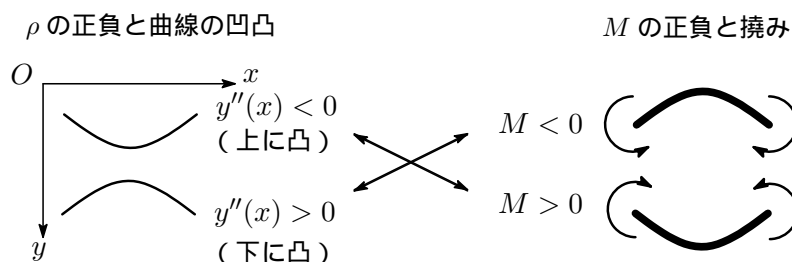


図 7.1: 曲率と曲げモーメントの符号

$EI > 0$ なので曲線の凹凸と曲げモーメントの凹凸を一致させるためには(7.2)にマイナス符号をつけた

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (7.3)$$

を採用しなければならないね。これがはりのたわみの微分方程式となる。たわみ角  $\theta$  はたわみ曲線  $y(x)$  の接線の傾きの角度なので

$$\theta = \frac{dy}{dx} \quad (7.4)$$

で与えられる。なお、(7.3)の微分方程式は弾性曲線方程式とも呼ばれる。歴史的には1700年代にベルヌーイやオイラーが盛んに研究したらしいね。

- コニー：そうなんだ。ところで(7.3)の2階微分方程式を1回積分すればたわみ角が、2回積分すればたわみが求まるのね。

- K氏：そうだね、 $\frac{d\theta}{dx} = -\frac{M}{EI}$ を積分してやると

$$\int d\theta = -\int \frac{M}{EI} dx \quad \rightarrow \quad \theta = -\int \frac{M}{EI} dx + C_1 \quad (7.5)$$

$$\int dy = \int \theta dx \quad \rightarrow \quad y = -\int \left( \int \frac{M}{EI} dx + C_1 \right) dx + C_2 \quad (7.6)$$

となるだろう。 $C_1, C_2$ は積分定数で適当な境界条件を設定することで決まる値だ。

- コニー：境界条件を具体的に説明すると？

- K氏：うん、例えば長さが $\ell$ の片持ちばりと単純ばりのケースで見ると境界条件は図7.2に示すように設定できる。これは変位で与えられる境界条件で幾何学的境界条件と呼ばれる。また、片持ち

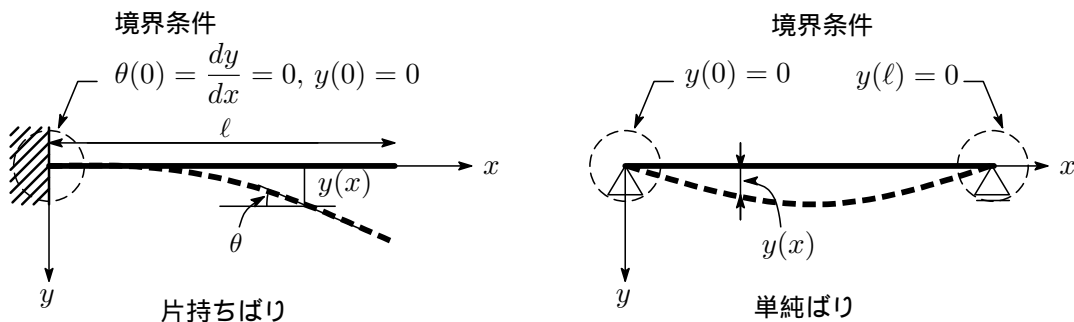


図 7.2: 片持ち梁と単純梁の境界条件

ばりでは  $x = \ell$  の端は自由端になるので曲げモーメントとせん断力が0、つまり  $y''(x) = 0$ ,  $Q = \frac{dM}{dx} \rightarrow y'''(x) = 0$ , また単純ばりでは  $x = 0, x = \ell$  で曲げモーメントが0、つまり  $y''(x) = 0$  という力で与えられる境界条件も設定でき、これを力学的境界条件をいう。力学的境界条件はこの

表 2: 境界条件

|       | 幾何学的境界条件                  | 力学的境界条件                    |
|-------|---------------------------|----------------------------|
| 片持ちばり | $y(0) = 0, \theta(0) = 0$ | $Q(\ell) = 0, M(\ell) = 0$ |
| 単純ばり  | $y(0) = 0, y(\ell) = 0$   | $M(0) = 0, M(\ell) = 0$    |

後の「モールの定理によるたわみの計算」のところで活躍する。

### A. 片持ちばり（弾性曲線法）

- K氏：それでは片持ちばりの自由端に荷重  $P$  が作用している場合を解いていこう。曲げモーメントは  $M(x) = -P(\ell - x)$  と表されるので

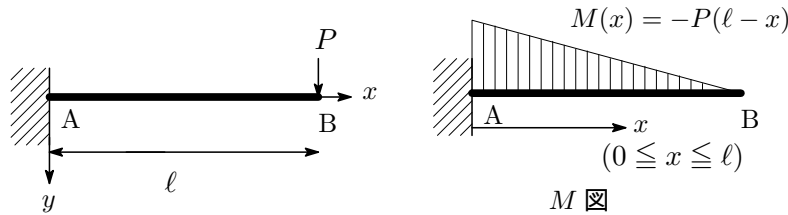


図 7.3: 片持ち梁

(7.5) より

$$\theta(x) = - \int \frac{M}{EI} dx + C_1 = \frac{1}{EI} \int P(\ell - x) dx + C_1 = \frac{P}{EI} \left( \ell x - \frac{x^2}{2} \right) + C_1$$

積分定数  $C_1$  は境界条件  $\theta(0) = 0$  より  $C_1 = 0$  となるので

$$\theta(x) = \frac{P}{2EI} (2\ell - x)x \quad (7.7)$$

$\theta(x)$  は  $0 \leq x \leq \ell$  の範囲で単調増加関数となるので  $x = \ell$  で最大値を取る。したがって最大たわみ角は

$$\theta_{max} = \theta(\ell) = \frac{P\ell^2}{2EI} \quad (7.8)$$

これは仮想仕事法で得られた (6.14) と一致する。符号の違いは  $y$  軸を鉛直下方にとったことによる。次に (7.6) より

$$y(x) = \int \theta(x) dx + C_2 = \frac{P}{6EI} (3\ell - x)x^2 + C_2$$

積分定数  $C_2$  は境界条件  $y(0) = 0$  より  $C_2 = 0$  となり、

$$y(x) = \frac{P}{6EI} (3\ell - x)x^2 \quad (7.9)$$

$y(x)$  は  $0 \leq x \leq \ell$  の範囲で単調増加関数となるので  $x = \ell$  で最大値を取る。したがって最大たわみは

$$\delta_{max} = y(\ell) = \frac{P\ell^3}{3EI} \quad (7.10)$$

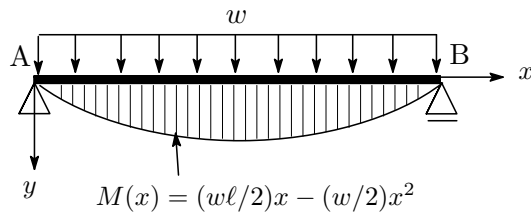
となり、仮想仕事法で得られた (6.13) と一致する。

- コニー：なるほど。

### B. 単純ばり（弾性曲線法）

- K氏：それじゃ長さが  $\ell$  の単純ばりに等分布荷重が作用しているケースをやってみよう。
- コニー：了解。えっと、曲げモーメントの分布曲線は  $M(x) = \frac{w\ell}{2}x - \frac{w}{2}x^2$  だったわね。そうすると

$$\theta(x) = - \int \frac{M}{EI} dx = - \frac{w}{2EI} \int (\ell x - x^2) dx = \frac{wx^2(2x - 3\ell)}{12EI} + C_1 \quad (7.11)$$



次に

$$y(x) = \int \theta(x)dx + C_2 = \frac{wx^3(x-2\ell)}{24EI} + C_1x + C_2 \quad (7.12)$$

境界条件  $y(0) = 0$  より  $C_2 = 0$  ,  $y(\ell) = 0$  より  $C_1 = \frac{w\ell^3}{24EI}$  となる。まとめると

$$\theta(x) = \frac{wx^2(2x-3\ell)}{12EI} + \frac{w\ell^3}{24EI} \rightarrow \begin{cases} \theta_A = \frac{w\ell^3}{24EI} & (x=0) \\ \theta_B = -\frac{w\ell^3}{24EI} & (x=\ell) \end{cases}$$

$$y(x) = \frac{wx^3(x-2\ell)}{24EI} + \frac{w\ell^3}{24EI}x \rightarrow \delta_{max} = \frac{5w\ell^4}{384EI} \quad (x=\ell/2)$$

仮想仕事法で求めた (6.19) , (6.21) と一致するわ。

- K氏：OK。それでは最後にモールの定理によるたわみ計算の方法を紹介して第7話を終わろう。

#### モールの定理によるたわみの計算

- K氏：モールの定理というのは (7.3) の微分方程式を直接解かなくてもはりのたわみを求めることができるといった内容で、ドイツの土木工学技術者 Christian Otto Mohr (1835-1918) が 1868 年に発表したんだね。具体的にみていこう。第1話の「おまけ」のところで曲げモーメント  $M$  とせん断力  $Q$  , 荷重  $w$  の間に

$$\frac{d^2M_x}{dx^2} = -w_x, \quad Q_x = \frac{dM_x}{dx} \quad (7.13)$$

という関係式が成り立つことをみた。一方、たわみ  $y$  と曲げモーメント  $M$  の間には

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI}, \quad \theta = \frac{dy}{dx} \quad (7.14)$$

の関係式が成立することを見てきたね。この両者を見比べるとたわみ  $y$  が曲げモーメント  $M_x$  に、たわみ角  $\theta$  がせん断力  $Q_x$  に対応していることが分かるだろう。

$$\begin{pmatrix} y \longleftrightarrow M_x \\ \theta \longleftrightarrow Q_x \end{pmatrix}$$

ということは、(7.13) の荷重  $w_x$  を  $M_x/EI$  に置き換えて力のつり合いから曲げモーメントとせん断力の分布を求めれば、それがすなわちたわみとたわみ角の分布を求めることになるというわけで、これがモールの定理の内容だ。  $M_x/EI$  を弾性荷重 (elastic load) と呼んでいる。

- コニー：確かに曲げモーメントとせん断力が満たす微分方程式とたわみとたわみ角が満たす微分方程式の形は一致するわね。だからどうなの？

- K氏：まあ，そう先を急がないで。。。モールの定理の言っていることは『 $x$ 点におけるはりのたわみ  $y$  とたわみ角  $\theta$  は弾性荷重  $M_x/EI$  が作用しているはりのその点におけるせん断力  $\tilde{Q}$  と曲げモーメント  $\tilde{M}$  に等しい』ということなんだね。
- コニー：ということは，いままでいろいろなはりのせん断力と曲げモーメントを計算してきたけど，その計算がそっくり活かされるということかしら？
- K氏：ある意味ではその通りだ。ある意味といったのは，弾性荷重が作用している「はり」は「実際のはり」と同じとみなしてよいかという点なんだね。はりのたわみの微分方程式 (7.3) には，支点などによって設定された「たわみ」と「たわみ角」の境界条件，幾何学的境界条件を設定しただろう。弾性荷重が作用するはりも (7.14) の微分方程式を満たすので境界条件を設定しなければならない。この境界条件が表 2 の力学的境界条件なんだね。このように境界条件を満たすために仮想的に考えられたはりを，共役はり (conjugate beam) と呼んでいる。共役はりのせん断力，曲げモーメントであることを強調するために  $\tilde{Q}$ ,  $\tilde{M}$  と頭に  $\sim$  を付けた。そして，モールの定理を利用してたわみやたわみ角を求める方法を弾性荷重法という。弾性荷重法の計算手順は次の通りだ。
  - 1) 問題としているはりの曲げモーメント  $M$  を求める。
  - 2) 弾性荷重を共役はりに作用させる。
  - 3) 共役はりにおけるせん断力  $\tilde{Q}$  と曲げモーメント  $\tilde{M}$  を求め， $\tilde{Q} = \theta$ ,  $\tilde{M} = y$  より，たわみ角  $\theta$  とたわみ  $y$  を得る。
- コニー：そうなんだ。
- K氏：それではモールの定理を使った具体的な問題をみていこう。その前に，くどいようだが境界条件の整合性を見ておかなければならない。表 2 で，単純はりの場合は幾何学的境界条件と力学的境界条件の整合性がとれているが，片持ち梁の場合は固定端  $y(0) = 0, \theta(0) = 0$  に対してそれらに相当する  $\tilde{Q}, \tilde{M}$  が  $\tilde{Q}(\ell) = 0, \tilde{M}(\ell) = 0$  となっているだろう。つまり，共役はりでは実際のはりの固定端を自由端に置き換えてやらなければならないんだね。そうすることで境界条件の整合性がとれる。

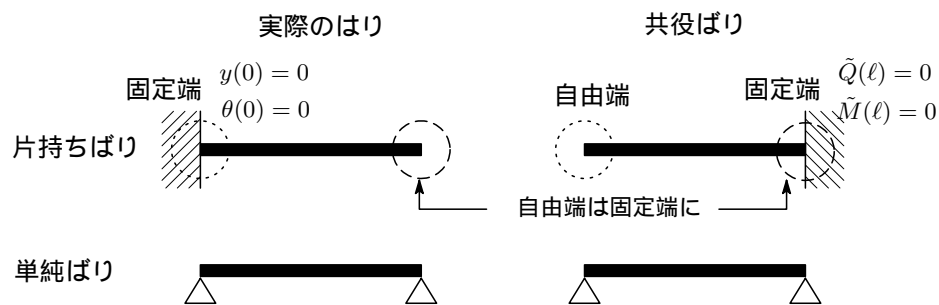


図 7.4: 共役梁

- コニー：つまり，実際のはりの固定端は，共役はりでは自由端にしなければならないし，その逆も言えるわけね。
- K氏：そういうことだね。

## A. 片持ちばり (モールの定理)

### (1) 集中荷重

- K氏：お待たせした，モールの定理を使って図 7.3 の片持ちばりの最大たわみと最大たわみ角を求めていこう。この片持ちばりの  $M$  図は第 1 話で求めていて真ん中の図となる。共役ばりは境

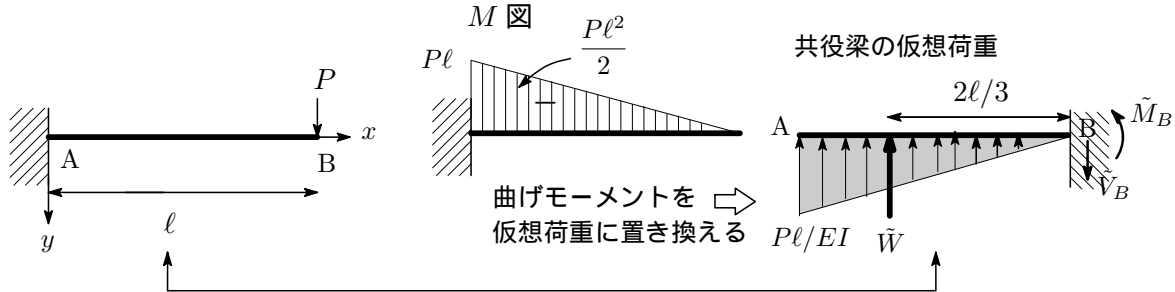


図 7.5: モールの定理と片持ち梁

界条件である元のはりの固定端と自由端を入れ替えたものになるね。また，曲げモーメント  $M_x$  を  $EI$  で割った共役ばりの仮想 (分布) 荷重  $\tilde{w}_x$  は，いまのケースでは曲げモーメントの符号が負なのでその向きは  $y$  軸の負の向き，つまり下から上の方向に作用することになるだろう。分布荷重を集中荷重  $\tilde{W}$  に置き換えると三角形の面積計算より

$$\tilde{W} = l \times \frac{Pl}{EI} \times \frac{1}{2} = \frac{Pl^2}{2EI}$$

となり，この荷重が A 端から  $l/3$  の位置に作用していることになる。固定端での曲げモーメントを求めよう。固定端でのモーメントのつり合いより

$$\sum M = \frac{2}{3}l \times \tilde{W} - \tilde{M}_B = 0 \quad \therefore \tilde{M}_B = \frac{2}{3}l\tilde{W} = \frac{Pl^3}{3EI}$$

モールの定理よりこの曲げモーメント  $\tilde{M}_B$  は片持ちばりの最大たわみ  $y_{max}$  となるので

$$y_{max} = \frac{Pl^3}{3EI} \quad (7.15)$$

また，固定端での反力  $V_B$  は力のつり合いから

$$\sum Y = \tilde{V}_B - \tilde{W} = 0 \quad \therefore \tilde{V}_B = \frac{Pl^3}{2EI}$$

モールの定理よりこの反力  $\tilde{V}_B$  は片持ちばり先端の最大たわみ角  $\theta_{max}$  となるので

$$\theta_{max} = \frac{Pl^2}{2EI} \quad (7.16)$$

いずれも仮想仕事法で求めた値と一致する。

- コニー：なるほど。片持ちばりの場合，共役ばりというモノを考え微分方程式を解くことなく力のつり合いから同じ結果が得られるというわけね。

- K氏：うん。ところで最大たわみ，最大たわみ角は上で見たように

$$y_{max} = \frac{P\ell^3}{3EI} = \frac{2}{3}\ell \times \bar{W} = -\frac{1}{EI} \times \frac{2}{3}\ell \times \text{片持ちばりの } M \text{ 図の面積}$$

$$= -\frac{1}{EI} \times \text{「片持ち梁 } M \text{ 図の面積の自由端 (B) まわりのモーメント」} \quad (7.17)$$

$$\theta_{max} = \frac{P\ell^2}{2EI} = -\frac{1}{EI} \times \text{片持ちばりの } M \text{ 図の面積} \quad (7.18)$$

で表すことができるだろう。ただし  $M$  図の面積はマイナス符号が付くことに注意。この関係式を活用すれば計算が簡略化できるね。早速，等分布荷重が作用している片持ちばりに適用してみよう。

## (2) 等分布荷重

- K氏：等分布荷重が作用している片持ちばりの自由端におけるたわみとたわみ角を求めよう。

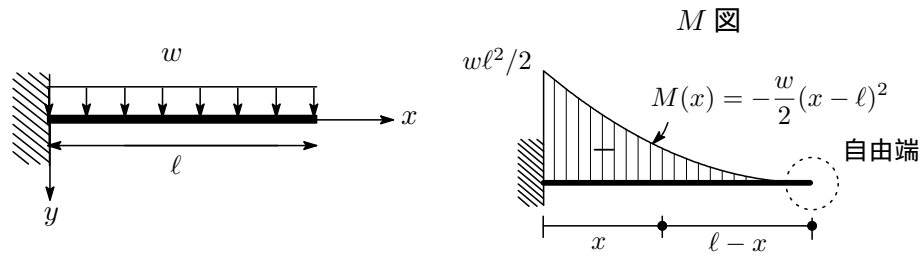


図 7.6: 片持ち梁・等分布荷重

位置  $x$  における曲げモーメント  $M(x)$  は

$$M(x) = -\frac{w}{2}(x - \ell)^2$$

で与えられるので， $M$  図の面積は

$$S_M = \int_0^\ell M(x)dx = -\frac{w}{2} \int_0^\ell (x - \ell)^2 dx = -\frac{w\ell^3}{6}$$

したがって，最大たわみ角は (7.18) より

$$\theta_{max} = -\frac{1}{EI} \times \left( -\frac{w\ell^3}{6} \right) = \frac{w\ell^3}{6EI}$$

次に最大たわみだが，「片持ち梁  $M$  図の面積の自由端まわりのモーメント」は，面積素片  $M(x)dx$  の自由端まわりのモーメント  $(\ell - x) \times M(x)dx$  を  $x = 0 \sim \ell$  にわたって積分したことになるので

$$y_{max} = -\frac{1}{EI} \int_0^\ell M(x)(\ell - x)dx = \frac{w}{2EI} \int_0^\ell (x - \ell)^2(\ell - x)dx = \frac{w\ell^4}{8EI}$$

と得られる。

- コニー：なるほど，簡単な積分計算だけで求められるのね。片持ちばりの理論的な計算はわかったけど，実際に片持ちばりに荷重をかけたときのたわみ量とたわみ角はどの程度の値になるのか，イメージをつかみたいわ。

- K 氏：そうだね。具体的に見積もってみよう。断面が  $20 \times 30\text{cm}^2$ ，断面 2 次モーメント  $I = 45 \times 10^3\text{cm}^4$ ，ヤング率  $E = 9.8 \times 10^5\text{N/cm}^2$  の鋼材からなる長さが 2m の片持ちばりがあり，その自由端に 4kN の荷重が作用した場合の最大たわみと最大たわみ角を求めると

$$\begin{cases} \text{最大たわみ} & y_{max} = \frac{P\ell^3}{3EI} = 0.242\text{ cm} \\ \text{最大たわみ角} & \theta_{max} = \frac{P\ell^2}{2EI} = 0.00181\text{ rad} \end{cases}$$

4kN の荷重といえば体重が 200kg の力士 2 人分の重さになる。まあ，目に見えないほどのたわみ量だね。

## B. 単純ばり（モールの定理）

### (1) 集中荷重

- K 氏：長さが  $\ell$  の単純ばりの C 点に荷重  $P$  が作用している。C 点のたわみと A, B 点のたわみ角をモールの定理を使って求めよう。

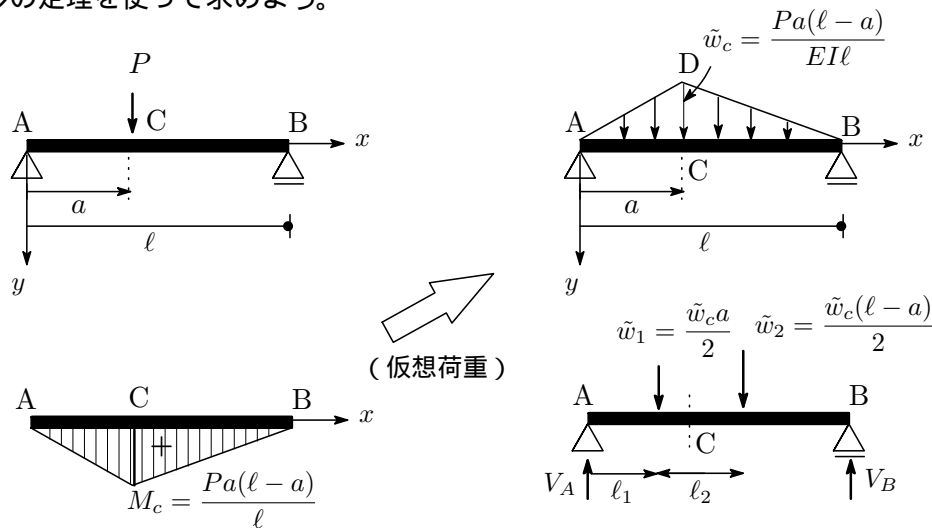


図 7.7: 単純梁・集中荷重

基本的な計算は第 2 話でやっている ( $y$  軸の向きは逆) のので省略するが，C 点での曲げモーメントは  $M_C = \frac{Pa(\ell-a)}{\ell}$  だったね。共役ばりでは  $M$  図の面積を  $EI$  で割った仮想分布荷重が作用する。そこで分布荷重を集中荷重に直してやる。C 点での仮想荷重を  $\tilde{w}_c$  とすると

$$\tilde{w}_c = \frac{M_C}{EI} = \frac{Pa(\ell-a)}{EI\ell}$$

となるね。そうすると共役ばり AC には三角形 ACD の荷重  $\tilde{w}_c a/2$  が，はり BC には三角形 BCD の荷重  $\tilde{w}_c(\ell-a)/2$  が作用することになる。A 点，B 点での反力  $\tilde{V}_A$ ， $\tilde{V}_B$  と C 点での曲げモーメント  $\tilde{M}_C$  は

$$\tilde{V}_A = \frac{\tilde{w}_c}{6}(2\ell-a), \quad \tilde{V}_B = \frac{\tilde{w}_c}{6}(\ell+a), \quad \tilde{M}_C = \frac{1}{3}a(\ell-a)\tilde{w}_c$$

で与えられる。したがってモールの定理より A 点，B 点のたわみ角  $\theta_A$ ， $\theta_B$  と C 点のたわみ  $y_C$  は

$$\theta_A = \tilde{V}_A = \frac{Pa(\ell-a)(2\ell-a)}{6EI\ell}, \quad \theta_B = \tilde{V}_B = \frac{Pa(\ell^2-a^2)}{6EI\ell}, \quad y_C = \tilde{M}_C = \frac{Pa^2(\ell-a)^2}{3EI\ell}$$



となる。

## (2) 分布荷重

- K氏：次に図 7.8 に示す単純ばりに等分布荷重が作用しているケースを考えよう。

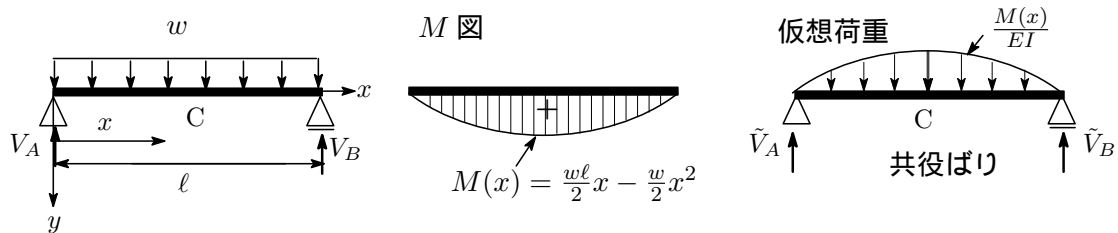


図 7.8: 単純ばり・等分布荷重

この単純ばりの A 点でのたわみ角  $\theta_A$  と最大たわみ  $y_{max}$  を求めるのだが、コニーやってみるかい？

- コニー：あまり自信はないけどやってみるわ。曲げモーメントの分布関数は

$$M(x) = \frac{w\ell}{2}x - \frac{w}{2}x^2$$

で与えられたので、共役ばりの仮想分布荷重はこれを  $EI$  で割って図の右のようになるわね。総仮想荷重を  $\tilde{W}$  とすると

$$\tilde{W} = \frac{1}{EI} \int_0^\ell M(x) dx = \frac{1}{EI} \int_0^\ell \left( \frac{w\ell}{2}x - \frac{w}{2}x^2 \right) dx = \frac{w\ell^3}{12EI}$$

共役ばりの A 点, B 点での反力を  $\tilde{V}_A, \tilde{V}_B$  とすると中点で対称なので力のつり合いより

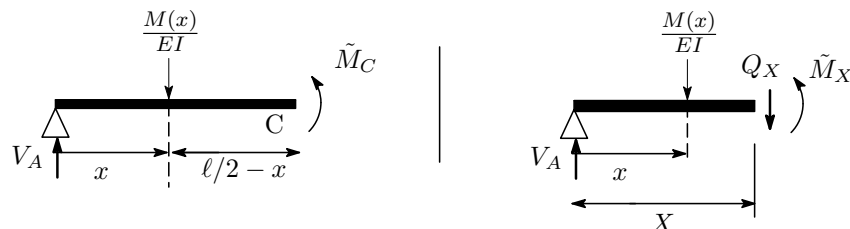
$$\tilde{V}_A = \tilde{V}_B, \quad \tilde{W} - (\tilde{V}_A + \tilde{V}_B) = 0 \quad \therefore \tilde{V}_A = \tilde{V}_B = \frac{w\ell^3}{24EI}$$

と求められるので、モールの定理より

$$\theta_A = \tilde{V}_A = \frac{w\ell^3}{24EI}$$

次に共役ばりの中点 C でのモーメント  $\tilde{M}_C$  を求めなければならないけど。。

- K氏：C 点で仮想切断してモーメントのつり合いを考えればいいんだね。



- コニー：そうだったわね。そうすると C 点回りのモーメントのつり合いの式は

$$\sum \tilde{M} = \frac{\ell}{2} \times \tilde{V}(A) - \tilde{M}_C - \frac{1}{EI} \int_0^{\ell/2} \{(\ell/2 - x) \times M(x)\} dx = 0$$

これから

$$\tilde{M}_C = \frac{\ell}{2} \tilde{V}_A - \frac{1}{EI} \int_0^{\ell/2} \{(\ell/2 - x) \times M(x)\} dx = \frac{5w\ell^4}{384EI}$$

モールの定理より

$$y_{max} = \tilde{M}_C = \frac{5w\ell^4}{384EI}$$

- K氏：OK，そうだね。それじゃ具体的に見積もってみよう。断面が  $20 \times 30\text{cm}^2$ ，断面 2 次モーメント  $I = 45 \times 10^3\text{cm}^4$ ，ヤング率  $E = 9.8 \times 10^5\text{N/cm}^2$  の鋼材からなる長さが 2m の単純ばりに  $w = 8\text{kN/m}$  の等分布荷重が作用しているときの最大たわみと最大たわみ角を求めてごらん。
- コニー：了解。 $w = 8\text{kN/m} = 8000\text{N/m} = 80\text{N/cm}$ ， $\ell = 2\text{m} = 200\text{cm}$  とすると最大たわみは

$$y_{max} = \frac{5w\ell^4}{384EI} = \frac{5 \times 80 \times 200^4}{384 \times 9.8 \times 10^5 \times 45 \times 10^3} = 0.0378\text{ cm}$$

$$\theta_A = \frac{w\ell^3}{24EI} = \frac{80 \times 200^3}{24 \times 9.8 \times 10^5 \times 45 \times 10^3} = 0.0006\text{ rad}$$

となるわね。

- K氏：それじゃついでに任意の位置  $X$  ( $0 \leq X \leq \ell$ ) におけるひずみ角  $\theta_X$  とひずみ  $y_X$  を求めておこう。共役ばりの位置  $X$  のおけるせん断力を  $\tilde{Q}_X$ ，曲げモーメントを  $\tilde{M}_X$  とすると力のつり合いより

$$\sum Y = \tilde{Q}_X + \frac{1}{EI} \int_0^X M(x)dx - \tilde{V}_A = 0$$

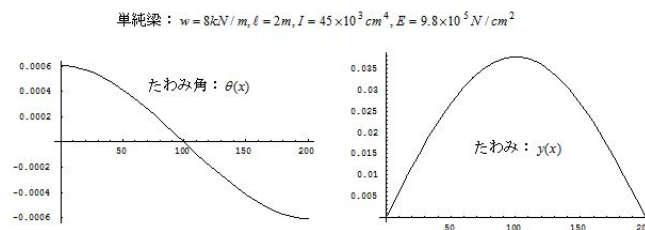
$$\sum \tilde{M} = X \times V_A - M_X - \int_0^X (X-x)M(x)dx = 0$$

モールの定理から

$$\theta_X = \tilde{Q}_X = \tilde{V}_A - \frac{1}{EI} \int_0^X \left( \frac{w\ell}{2}x - \frac{w}{2}x^2 \right) dx = \frac{w\ell^3}{24EI} - \frac{w}{2EI} \left( \frac{\ell}{2}X^2 - \frac{X^3}{3} \right) \begin{cases} X=0 & \theta_A = \frac{\ell^3}{24EI} \\ X=\frac{\ell}{2} & \theta_C = 0 \\ X=\ell & \theta_B = -\frac{\ell^3}{24EI} \end{cases}$$

$$y_X = \tilde{M}_X = XV_A - \int_0^X (X-x)M(x)dx = \frac{w\ell^3}{24EI}X - \frac{w}{2EI} \left( \frac{\ell}{6}X^3 - \frac{X^4}{12} \right) \begin{cases} X=0 & y_A = 0 \\ X=\frac{\ell}{2} & y_C = \frac{5w\ell^4}{384EI} \\ X=\ell & y_B = 0 \end{cases}$$

先ほどの単純ばりのたわみ角とたわみをグラフに描けば次のようになるね。



以上で第 7 話を終了しよう。

- コニー：大変お疲れ様でした。