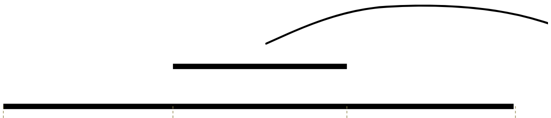
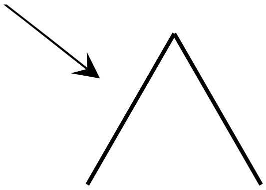
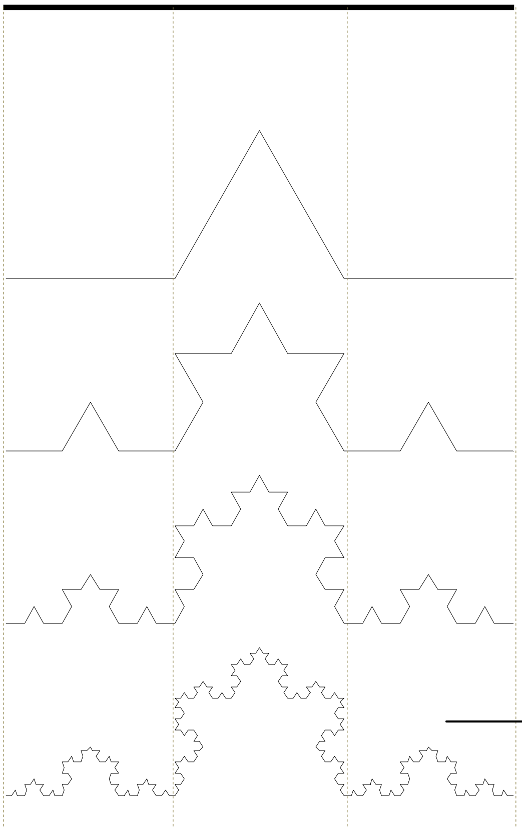
●世にも不思議な図形があなたの身近に存在しています！



１辺を３等分し、真ん中の１辺で正三角形の２辺をつくります





各辺を３等分し、真ん中の１辺で正三角形の２辺をつくります

以下、同じことを繰り返します。

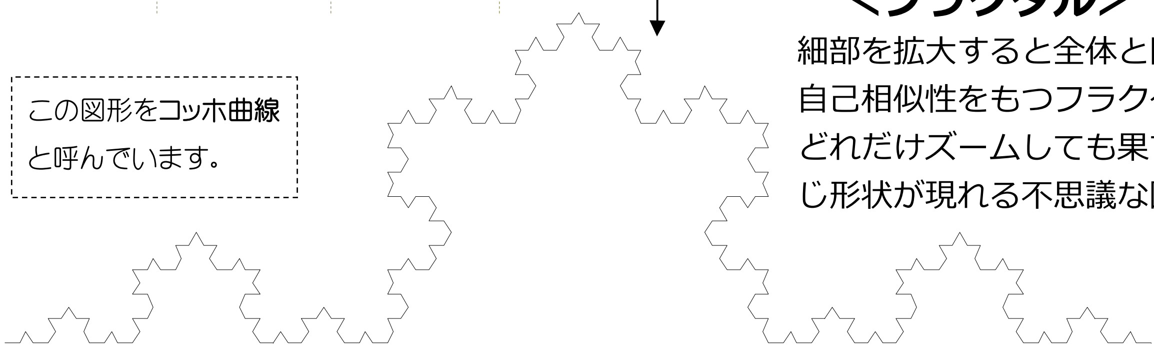
拡大すると同じパターンが現れていることが分かります！

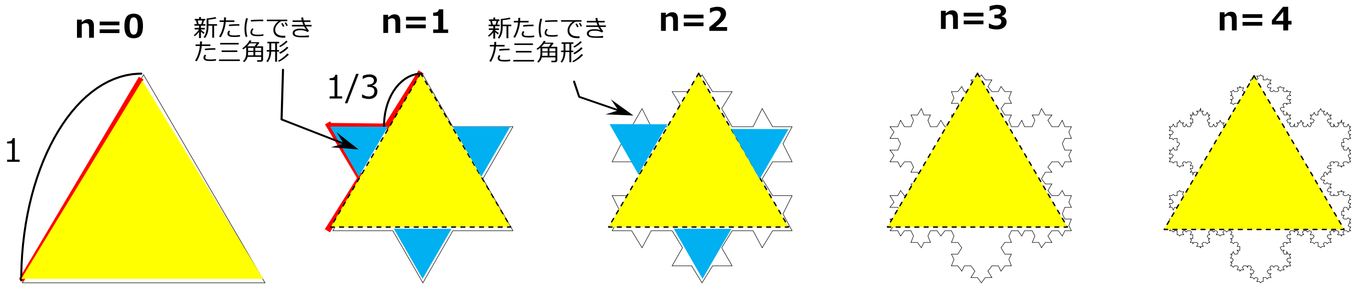
語源はラテン語の「fractus（破片）」

<フラクタル>

細部を拡大すると全体と同じ形になる自己相似性をもつフラクタル図形は、どれだけズームしても果てしなく同じ形状が現れる不思議な図形です。

この図形をコッホ曲線と呼んでいます。





●辺の数	3 $=3\times4^0$	3×4 $=3\times4^1$	$(3\times4)\times4$ $=3\times4^2$	$(3\times4\times4)\times4$ $=3\times4^3$	$(3\times4\times4\times4)\times4$ $=3\times4^4$
●１辺長	1	1/3	$(1/3)^2$	$(1/3)^3$	$(1/3)^4$
●周長	3	$3\times4^1\times1/3$	$3\times4^2\times(1/3)^2$	$3\times4^3\times(1/3)^3$	$3\times4^4\times(1/3)^4$

はて、どんな不思議が潜んでいるのか！？　次に続く。。。

●無限大の長さをもつ曲線の面積は有限！？

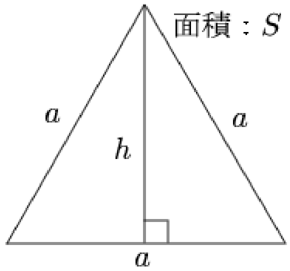
★不思議その１--------------------------

n=k の**雪片のようなコッホ曲線の周囲の長さ**はどうなるでしょうか。
周長を　L_k　とします。そうすると周長は

$$L_k=3\times 4^k\times(1/3)^k \rightarrow \infty$$

とあらわされます。ここで注意していただきたいのは 。。。
k を無限に大きくしていくと、なんと周長は　**無限大の長さ！！**　となることです。

★不思議その２--------------------------



次に**コッホ曲線で囲まれた面積**を求めてみましょう。１辺の長さが１の正三角形の面積は　S_0＝底辺×高さ÷２
ですから、a=1 とすると

$$S_0=\sqrt{3}/4$$

となります。

$$面積：S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$高さ：h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

コッホ曲線の１辺あたり小さい三角形は１つできますね。辺の数が k 個になると、“次”の図形でできる小さい三角形の数は k 個になります。

さて、**n=1 の図形**で新たに突き出してできた小さい三角形の面積を S_1 とします。前の図形の辺の数は３個ですから、小さい三角形の数は３個となります。

金平糖の角（つの）

この小さい三角形の面積は、１辺が 1/3 の長さの正三角形の面積ですから、面積の公式で a=1/3 とおいて

$$\sqrt{3}/4\times(1/3)^2 = (1/9)\times S_0$$

小さい三角形の面積の総和はこれらを３個足したものなので

$$S_1= 3\times(1/9)\times S_0$$

次に **n=2 の図形**で新たに突き出してできた小さい三角形の面積を S_2 とします。n=1 の図形の辺の数は 3×4^1 個なので、新たにできた小さい三角形の数は 3×4^1 個。この三角形の１辺の長さは$(1/3)^2$なので、その面積は

$$\sqrt{3}/4\times(1/3)^4 = (1/9)^2\times S_0$$

となり、小さい三角形の面積の総和は

$$S_2= 3\times 4^1\times(1/9)^2\times S_0=(1/3)\times(4/9)\times S_0$$

同じようにして n=3 の図形で新たに突き出してできた小さい三角形の面積を S^3 とすると、

$$S_3= 3\times 4^2\times S_0\times(1/9)^3=(1/3)\times(4/9)^2\times S_0$$

一般的に、n=k の図形で新たに突き出してできた小さい三角形の面積を S_k とすると

$$S_k= 3\times 4^{k-1}\times(1/9)^k\times S_0=(1/3)\times(4/9)^{k-1}\times S_0$$

となりますね。このようにして次々と小さな三角形が生まれてきます。

さて、次々と小さな三角形が突きだしてできた n=k 番目のコッホ曲線の面積を A_k とすると、これは元の正三角形の面積に、次々と突き出してくる微小三角形の面積を足したものとなりますから

$$A_k=S_0+S_1+S_2+\cdots S_k \qquad (等比級数)$$
$$=\{1+ 3\times(1/9)+(1/3)\times(4/9)+(1/3)\times(4/9)^2\cdots+(1/3)\times(4/9)^{k-1}\}\times S_0$$
$$=(8/5)\times S_0$$

と**ちゃんとした値**となり、**面積は無限大にはなりません！！**

なんと

2015.5 by KENZOU

『リアス式海岸』は海岸線の長さが測れない！？

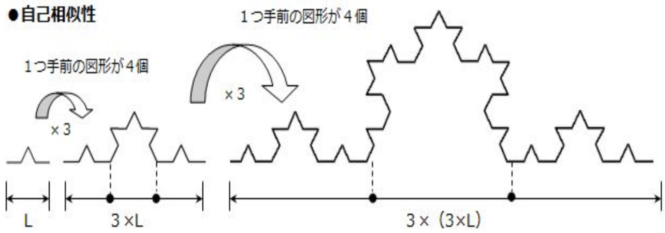
。。。　ど、どいうわけだぁ～

・フラクタルの具体的な例としては、リアス式海岸線の形などが挙げられます。フラクタルな地形というのは　「**どんな部分でも拡大するともとの地形と同じ形をしている**」というものでした。 さて、

～リアス式海岸の海岸線の長さは本当に測れない～

のでしょうか。。。？

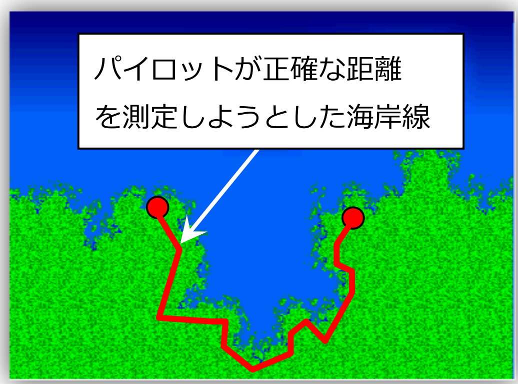
実は、このことに関して、身の毛もよだつ恐ろしい話がこの地方に伝えられています。。。



●ある伝説・・・・

ある日、リアス式海岸線の距離を正確に測定しようと、あるパイロットが航空写真を撮るべく飛行場を飛び立ちました。その日は快晴で、眼下にはクッキリと明瞭な海岸線が見えます。「ラッキー～」とパイロットが口ずさんだかどうかはわかりませんが、さっそく上空から航空写真を撮ることに成功しました。

これに気をよくしたパイロットは、さらに精度を上げようと飛行機の高度を下げ、「よし！」とばかり眼下の海岸線を見たところ。。。**「ゲゲッ、ナント、なんと、さっき撮影した海岸線と同じ複雑な形をしている～！」**と目を白黒させました。



海岸線の細かい部分の距離を正確に測ろうとするのにこれじゃだめだ、ということで、パイロットは高度を一段と下げました。もうこの辺でいいだろうと水平飛行に戻し、眼下の海岸線を見ると、、、**「ええ加減にせい！また同じ形をしているー！」**と叫びました。パイロットは頭にきたのでしょうね、飛行帽の上からユラユラと湯気を昇らせ、意地になって高度を下げました。しかし、また同じような光景が眼下に広がります。。。「ウ～ん、仕方がないなぁ」と言うや、また飛行機の高度を下げますが、眼下に広がる光景は何も変わりません。同じような複雑な海岸線が見えるばかりです。。。

そうこうしているうちに飛行機の高度はドンドン下がる一方で、しまいに最低安定高度以下になり、とうとう山に激突・大破してしまいました。幸いにも、パイロットは激突直前の飛行機から海に飛び込み、浮かんでいるところを救助艇で助けられたとのことです。

さて、さて、このことがあって以来、海岸線の長さを測ろうとする勇気のある人は一人たりともでてこなくなりました。残念なことですが、いまだに正確な距離はわかりません。。。

世の中、人知の枠を超えた、わからない、恐ろしい話がありますねぇ～。。。くわばら、くわばら

（おしまい）