

特殊相対性理論（その2）

●等速度で動いている棒は、静止している人からみれば縮んで見える！？

- ・ **A** : 時計の遅れの実験結果をうまく説明できてホットしたところだが、またまたギョッと驚く実験結果があるようだ。これをローレンツ収縮と呼んでいるらしい。
- ・ **B子** : どういうこと。ヒョットして「動いている棒は静止している人から見ると縮んで見える」というヤツ？
- ・ **A** : そっ、そうなんだ！ 光速に近い速度で動く棒は、べつに押し潰しも何もしないんだが、静止している観測者には縮んで見えるというんだね。そんなバカなことがと思うんだけど、例の時計の遅れの一件もあったように、光速に近い速さで動くと何やら不思議なことがおこるんだね。
- ・ **B子** : そうね。。。だけど不思議がってばかりもいてられないわ。一緒に考えてみましょう。

～ということで、2人は次のような実験をやることに～

電車の外で静止している観測者Xは、速度Vで走っている電車の片壁から光が発射され、時間 t_1 後に対向する壁に設置された鏡に達し、反射された光は時間 t_2 後に元に戻ってくることを観測した。観測者Xから見た電車の全長はLであった。電車に乗っている観測者Yからすれば電車は静止して見える。観測者Yから見た電車の全長はL'であった。果たしてLとL'は同じなのか、異なってしまうのか？

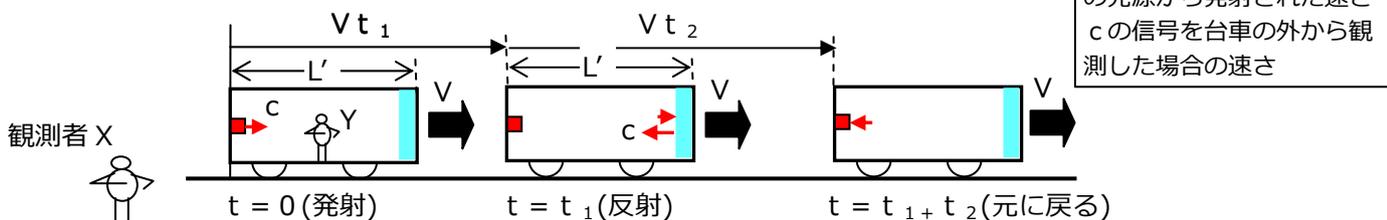
- ・ **A** : え〜っと、静止している観測者Xの立場から考えるよ。Xから見た電車の全長はLだね。さて、光が発射されて向こうの壁に達するまでの所要時間が t_1 、光源は電車の速度Vで走っているのだから光が進んだ距離は $(c+V)t_1$ となるね。この間の電車の移動距離は Vt_1 だから

$$(c+V)t_1 = L' + Vt_1 \quad \text{これから } t_1 = L'/c$$

同じように考えて、反射された光が元の位置に戻る時間を t_2 とすると

$$(c-V)t_2 = L' - Vt_2 \quad \text{これから } t_2 = L'/c$$

と求められるね。絵を描くと下の図のようになる。



さて、これから先どう考えればばいいのかなあ～

- ・ **B子** : そうねえ、特殊相対性理論の「**光速は光源の運動状態にかかわらず常に一定のcとなる**」という特殊相対性理論が主張する『**光速不変の原理**』を使えばいいのじゃない。つまり、上の式の $c+V$ も $c-V$ も光速 c に置き換えるのよ。
- ・ **A** : Oh! そうか。。。そうすると

$$c t_1 = L' + Vt_1 \quad \text{より} \quad t_1 = L'/(c-V)$$

$$c t_2 = L' - Vt_2 \quad \text{より} \quad t_2 = L'/(c+V)$$

となるね。光の往復に要した時間を t とするとこれらの和だから

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L'}{c-V} + \frac{L'}{c+V} = \frac{2cL'}{c^2 - V^2} = \frac{2L'/c}{1 - (V/c)^2}$$

となった(^ ^);。

- ・ **B子** : そうね。次は電車の同乗している観測者Yの立場から考えましょう。まずYは電車の全長をLとしているわね。光が往復の要した時間を t' とすると、光が進んだ距離は往復で $2L$ だから

$$t' = \frac{2L}{c}$$

となるわ。次に、この関係式を使ってA君が導いた先ほどの式を変形していくと

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2L'/c}{1 - (V/c)^2} = \frac{L'}{L} \cdot \frac{t'}{1 - (V/c)^2}, \quad \therefore \frac{t}{t'} = \frac{L'}{L} \cdot \frac{1}{1 - (V/c)^2}$$

が得られるわね。

- **A** : うん、なにやら山場に差し掛かってきたみたいだね。
- **B子** : そうね。さて、走っている時計は止まっている時計よりゆっくりと時を刻んだわね。つまり、

$$\frac{t}{t'} = \frac{1}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}$$

という関係を使いましょう。そうすると

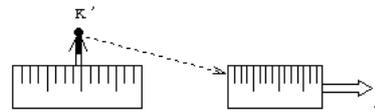
$$\frac{t}{t'} = \frac{L'}{L} \cdot \frac{1}{1 - (V/c)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}$$

となって、これから

$$L' = \sqrt{1 - (V/c)^2} L$$

が得られるわ。Lは電車の中の観測者Yが測った電車の全長、いいかえると電車が静止しているときの全長ね。一方、L'は静止している観測者Xから見た動いている電車の全長なので、動いている電車の全長は静止している観測者Xからみて電車の動いている方向に

$$\sqrt{1 - (V/c)^2}$$



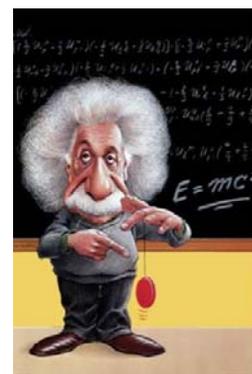
だけ縮んで見えることになるわけね！

- **A** : なるほど、 $V=0.6c$ で走っている電車の全長を静止している観測者Xから見れば

$$L' = \sqrt{1 - (V/c)^2} L = \sqrt{1 - 0.6^2} L = 0.8L$$

となって、確かに縮んで見える！！

- **B子** : これでめでたしめでたしね。ところで、ここで注意しておかなければならない点があるわ。
- **A** : どういうことだい？
- **B子** : それば動いている電車に乗っているYからすれば、電車の外にいるXの方が動いているということよ。つまり今まで観測者Xを中心に考えてきて、Yの時計が遅れているとか、Yが見た電車の全長が縮んだとしてきたけど、観測者Yからすれば同じようなことがXについていえるということね。つまり、時間の遅れとか、長さが縮むということは見る立場によって異なるでしょう。つまり相対的なのよ。
- **A** : そうだね。あいつの時計は絶対的に遅れているとか、あいつの持っている棒は絶対的に縮んでいるといっても、言われた相手からすれば、言っている方の時計が遅れているし、縮んでいることになるわけだ。つまり、世の中「絶対」というモノはないということがアインシュタインの相対性理論の骨子なんだね。
- **B子** : そうということね。アインシュタインが偉いのは、光源がどんな速さで動いていようと、光の速さは常に一定ということ洞察したところにあると思うわ。
- **A** : すごいね！



走っている物差しは縮んで短く見える！