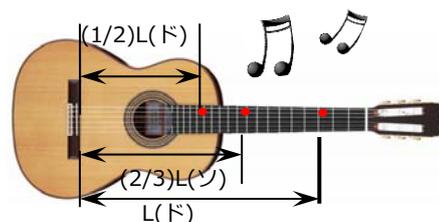


# ■ピタゴラス音階について

Keyword:ピタゴラス音階では $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ が重要な数値となっています。

ピタゴラスは、弦の長さの比に注目して、弦の長さの比が2対1、3対2のとき、2つの音が最も美しい協和音になることを発見しました。それでは

☆Let's study the Pythagorean Tuning System!



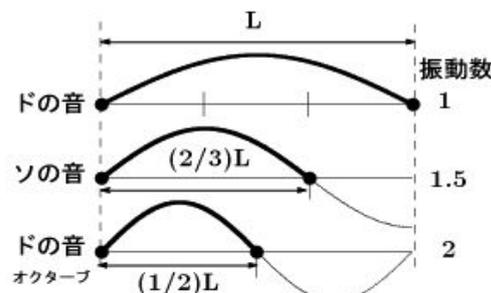
●ピタゴラスは同じ長さLの一弦琴を2つ用意し、開放弦の音を

1 番目の音「ド」と決めました。

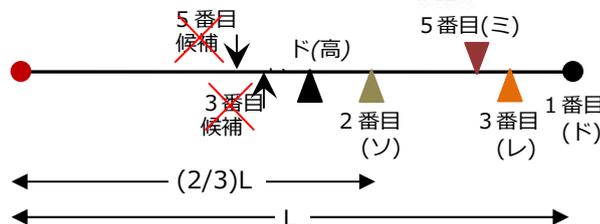
●1つを開放弦、もう1つを弦の長さを短くして同時に弾き、2つの琴が心地よいハーモニーを奏でる弦の長さを調べた結果、1番美しく響きあったのは弦の長さが1/2の時(つまりオクターブ上の音)、これらが同質の音であることを確認し、これも1番目の音と同じ音「ド」という名前を決めました。

●次に「ド」とオクターブ上の「ド」の間で一番心地よく協和する音を探したところ、弦の長さが2/3の音であることを見つけ、これを2番目の音「ソ」と決めました。2番目の音の弦の長さは  $L \times (2/3) \approx 0.667L$  となります。

●次に、3番目の音は2番目の音「ソ」を基準にして行いました。オクターブ上の「ソ」を除いて、2番目の音と最も心地よく響きあう音は、2番目の音の弦の長さの2/3倍の音となるはずで、弦の長さは  $L \times (2/3) \times (2/3) \approx 0.444L$  となります。しかしこの音の弦の長さは1番目の「ド」のオクターブ上の「ド」の音の弦長L/2より短くなるので、1オクターブ上の「ド」より高い音になってしまいます。そこで、この音と同質の音で1オクターブ低い音(弦長は2倍)を3番目の音「レ」と決めました。「レ」の音の弦は上の弦の長さの2倍の長さとなるので  $L \times (2/3) \times (2/3) \times 2 = (8/9)L \approx 0.889L$  となります。

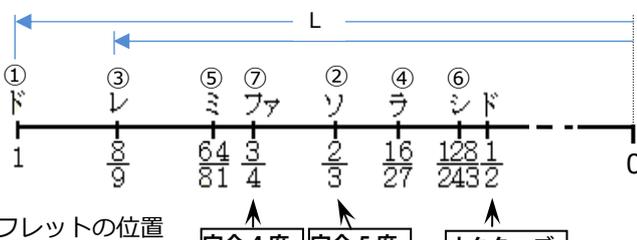


●同じようにして4番目の音は3番目の「レ」の音の弦の長さの2/3倍の音を取り、「ラ」と決めました。弦の長さは  $L \times (2/3) \times (2/3) \times 2 \times (2/3) = (16/27)L \approx 0.593L$



●5番目の音は4番目の弦の長さの2/3倍をとると  $L \times (2^4/3^3) \times (2/3) = 0.395L$  となるので、このオクターブ下の音を5番目の音「ミ」と決めました。弦の長さは  $L \times (2^4/3^3) \times (2/3) \times 2 = (64/81)L \approx 0.790L$

●以降まったく同じようにしてドレミの音階を決めていきました。



- 完全4度(半音1つ) 振動数の比が3:4
- 完全5度(半音1つ) 振動数の比が2:3
- 完全8度(オクターブ) 振動数の比が1:2



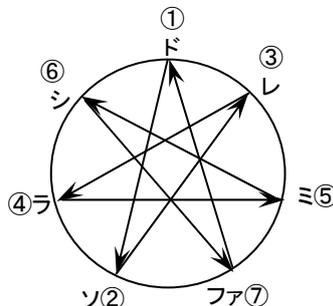
$f \propto 1/L$ : 振動数は弦の長さに反比例します。

## Coffee Break

●平均律音階とは?: 1オクターブが12半音階なので、半音が等比級数としてならば、1オクターブ上がるごとに振動数が2倍となるように作られた音階のこと。

「ド」の音の振動数を  $a_0$  とすると n 番目の音の振動数は  $a_n = a_0 r^n = a_0 \times 2^{n/12}$  となります。ピアノや管楽器はこの音階を採用しています。(右の表参照)  $r = 2^{1/12} = 1.05946$

ピタゴラスは下図のようにド→ソ→レ→ラ→ミ→シ→ファの順で音階を決めていきました。



音名	弦の長さ	ピタ	平均律
ド	1.000	263	264
ド#	0.936	281	280
レ	0.889	296	296
レ#	0.832	316	314
ミ	0.790	333	333
ファ	0.740	356	352
ファ#	0.702	375	373
ソ	0.667	395	396
ソ#	0.624	422	419
ラ	0.593	444	444
ラ#	0.555	474	470
シ	0.527	500	498
ド	0.500	527	528